[redacted]





АЛЬ-ФАРАБИ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРАКТАТЫ

АЛЬ-ФАРАБИ · МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРАКТАТЫ

الفارابي

1100-летию со дня рождения
Абу Насра Мухаммада ибн Мухаммада
ибн Тархана ибн Узлаг аль-Фараби ат-Турки
ПОСВЯЩАЕТСЯ

الفارابى

الرسائل الرياضية

АКАДЕМИЯ НАУК КАЗАХСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ ФИЛОСОФИИ И ПРАВА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Аль-Фараби

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРАКТАТЫ



Издательство «НАУКА» Казахской ССР
АЛМА-АТА · 1972

51(09)
Ф 240

Аль-Фараби (870—950 гг.) — один из величайших мыслителей и энциклопедистов раннего средневековья. Он оставил богатейшее научное наследие, которое оказало огромное влияние на развитие науки как на Востоке, так и на Западе. Однако не все работы аль-Фараби, особенно математические, изучены.

В книгу входят все известные нам труды математического содержания, которые раскрывают творчество аль-Фараби, дают возможность читателю составить полное представление о нем как о крупном математике своей эпохи.

Книга рассчитана на всех, интересующихся историей науки средневековья, на научных работников, преподавателей вузов, аспирантов, студентов-математиков.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Ш. Е. Есенов (ответственный редактор), Д. В. Сокольский, Ж. С. Такибаев, А. Д. Тайманов, О. А. Жаутыков, Ж. С. Ержанов, Б. А. Розенфельд, А. Кубесов (редактор-составитель).



ОТ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

Вступительная статья «О математических трудах аль-Фараби» написана профессором Б. А. Розенфельдом и кандидатом физико-математических наук А. Кубесовым.

Переводы математического раздела «Перечисление наук» осуществлены А. Кубесовым и И. О. Мохаммедом (авторы примечаний А. Кубесов и Б. А. Розенфельд), тригонометрических глав «Книги приложений к «Алмагесту» — А. Кубесовым (примечания его же), «Книги духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур» — С. А. Красновой и А. Кубесовым (примечания их же), «Комментариев к трудностям во введениях к первой и пятой книгам Евклида» — М. Ф. Бокштейном (авторы примечаний Б. А. Розенфельд и А. Кубесов), «Трактата о том, что правильно и что

неправильно в приговорах звезд» — А. Кубесовым и Р. Ш. Шарафутдиновой (автор примечаний А. Кубесов).

В книге приводится общепринятая в Советском Союзе транскрипция букв арабского алфавита. В чертежах арабские буквы заменены латинскими по следующему правилу:

а	б	дж	д	х	з	х̣	т̣	и	к
A	B	C	D	E	G	H	F	I	K
л	м	н	с	ф	с̣	к̣	р	ш	т
L	M	N	X	P	Z	Q	R	S	T

В случаях явных пропусков в тексте или при необходимости добавления слов для лучшего понимания эти слова помещаются в квадратных скобках.

На полях переводов дана пагинация по изданиям или рукописям, указанным в первом примечании к каждому из этих трактатов.

В заключение мы выражаем искреннюю благодарность оказавшим нам весьма ценную помощь в подготовке этого сборника профессору А. Ж. Машанову, заведующему иностранным отделом ЦНБ А. К. Дубровиной и аспиранту С. Тлеубердиеву.

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТРУДАХ АЛЬ-ФАРАБИ

Хотя изучение научного наследия великого ученого-энциклопедиста, уроженца Казахстана Абу Насра аль-Фараби (870—950 гг.) имеет многовековую историю, до последнего времени изучались главным образом его труды философские [1], по теории музыки [2] и естественно-научные [3]. В настоящем сборнике мы публикуем русские переводы с арабского ряда математических трудов аль-

[1] F. Dieterici. Alfarabis philosophische Abhandlungen, Leiden, 1892; F. Dieterici. Der Musterstaat von Alfarabi. Leiden, 1900; М. М. Хайруллаев. Мировоззрение Фараби и его значение в истории философии. Ташкент, 1967.

[2] Al-Farabi. Grande Traite de la Musique, R. d'Erlanger. La Musique Arabe, т. I—II. Paris, 1930—1935.

[3] A. Sayili. «Al-Farabis Article on vacuum» «Al-Farabis Article on Alchemy», Türk tarih Kurumu Belleten. Ankara, 1951, vol. 15, pp. 63—79, 123—174.

Фараби. Некоторые из них были изучены только в самое последнее время.

В сборнике публикуются:

1. Математический раздел «Перечисление наук», перевод с арабского издания Османа Амина [4]. Имеются и другие издания этого трактата и переводы на современные европейские языки.

2. Тригонометрические главы «Книги приложений к «Алмагесту». Единственная известная нам рукопись хранится в Британском музее (Лондон). Это сочинение аль-Фараби до сих пор не издавалось и не переводилось на другие языки.

3. «Книга духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур». Единственная известная нам рукопись хранится в библиотеке Упсальского университета (Швеция). Штейншнейдер [5] ошибочно отождествил эту работу с другим трактатом аль-Фараби «Цель надежды в искусстве песка и исправление фигур», хранящимся в Бодлеянской библиотеке (Оксфорд), посвященным геомантии. Сравнение рукописей показало, что это

---

[4] Alfarabi. Kitab ihsa ul-ulum, изд. д-р Осман Амин. Каир, 1949, стр. 75—90.

[5] M. Steinschneider. Alfarabi. Des arabischen Philosophen Leben und Schriften, St.-Petersburg, 1869.

два совершенно разных трактата, первый посвящен теории геометрических построений и почти полностью включен в трактат Абу-л-Вафы ал-Бузджани (940—998 гг.) «Книга о том, что необходимо ремесленнику из геометрических построений» [6] (рис. 1).

4. «Комментарии к трудностям во введениях к первой и пятой книгам Евклида». На арабском языке это сочинение не сохранилось, имеются две рукописи древнееврейского перевода, хранящиеся в Мюнхене. Русский перевод этого трактата был издан в 1959 г.[7]

5. «Трактат о том, что правильно и что неправильно в приговорах звезд». Сохранилось несколько рукописей, имеются издания и переводы на современные языки. Наш перевод осуществлен с издания Ф. Дитерича [8].

В математической главе «Перечис-

---

[6] Абу-л-Вафа ал-Бузджани. Книга о том, что необходимо ремесленнику из геометрических построений, пер. и прим. С. А. Красновой. В кн.: «Физико-математические науки в странах Востока», вып. I (IV). М., 1966, стр. 56—136.

[7] Аль-Фараби. Комментарии Абу Насра аль-Фараби к трудностям во введении к первой и пятой книгам Евклида, пер. М. Ф. Бокштейна, введ. и прим. Б. А. Розенфельда. «Проблемы востоковедения», 1959, № 4.

[8] F. Dieterici. Alfarabis philosophische Abhandlungen, Leiden, 1890.



Рис. 1. Первая страница рукописи трактата аль-Фараби о геометрических построениях.

ления наук» аль-Фараби определяет предмет каждой из математических наук: науки чисел (арифметики и теории чисел), науки геометрии, науки оптики, науки о звездах (астрономии и астрологии), науки о музыке, науки о тяжестях (статики) и науки об искусных приемах; последний термин до аль-Фараби применялся главным образом для механики как искусство конструирования хитроумных механизмов.

Впервые применение термина «искусные приемы» в более широком смысле мы встречаем у предшественника аль-Фараби «философа арабов» Я'куба аль-Кинди (ум. 873), которому, как сообщает историк Ибн ан-Надим в своей «Книге указателя наук», принадлежит «Трактат о числовых искусных приемах и науке их уточнения» (Рисала фи-л-хийал ал-'ададӣ йа ва 'илм идмарха [9]), рукописей его не сохранилось. Аль-Фараби, развивая идею аль-Кинди дальше, рассматривает эту науку в более общем смысле, как науку о приложении математики к решению практических задач и, кроме того, распространил этот термин на «духовные искусные приемы», в частности на алгебру

[9] [Ibn al-Nadim] Kitab al-Fihrist mit Anmerkungen herausg. von G. Flugel d. Rödiger und A. Müller, т. I. Leipzig, 1871.

и другие методы решения числовых задач. Здесь же аль-Фараби высказывает интересные мысли о том, что алгебра наряду с решением числовых задач может быть применена и в решении задач по геометрии и о расширении понятия числа.

В тригонометрических главах «Книги приложений к «Алмагесту» изложены основные понятия о тригонометрических линиях и принципы составления тригонометрических таблиц. Наиболее интересным здесь является введение линий тангенса и котангенса в тригонометрическом круге.

В «Книге духовных искусных приемов» излагается теория «геометрических искусных приемов», т. е. геометрических построений. Здесь особо важны задачи на построение с помощью циркуля постоянного раствора, на преобразования многоугольника (в одной из них встречается весьма интересный намек на многомерные обобщения куба), а также задачи на построения на сфере.

В задачах о разделении многоугольника аль-Фараби также имел предшественника в лице аль-Кинди, которому, как сообщает Ибн ан-Надим, принадлежит не дошедший до нас «Трактат о разделении треугольника и квадрата и их построениях» (Рисала фи таксим

ал-мусаллас ва-л-мурабба ва'амал-хума [10]).

В «Комментариях к трудостям во введениях к первой и пятой книгам Евклида» аль-Фараби рассматривает основные понятия геометрии и критикует порядок изложения этих понятий у Евклида с точки зрения философии Аристотеля.

Трактат «Что правильно и что неправильно в приговорах звезд» представляет интерес для истории математики тем, что в нем дается оценка возможности более и менее вероятных событий.

Все публикуемые здесь сочинения аль-Фараби, кроме комментариев к Евклиду, опубликованных в 1959 г. в специальном востоковедческом журнале, печатаются на русском языке впервые, тригонометрические главы «Книги приложений» и геометрический трактат аль-Фараби до сих пор не издавались ни на одном языке и не исследовались.

В «Истории арабской литературы» К. Броккельманом [11] указан арифметический трактат аль-Фараби «Избранное

[10] Там же, стр. 257—258.

[11] C. Brockelmann. Geschichte der arabischen Literatur, Supplement Bd I, Leiden, 1937, s. 376.

из книги «Введение в арифметику» (Мунтахаб мин китаб ал-мудхал фил-л-хисаб), хранящийся в библиотеке Раза (№ 418/68). Однако, как сообщил нам библиотекарь этой библиотеки д-р Арши, указанная рукопись носит название «Введение в музыку» (ал-мудхал фи-л-мусики) и посвящена теории музыки, а трактата с названием, указанным Броккельманом, в библиотеке Раза нет.

Многократное использование арифметики, геометрии и тригонометрии встречается в трудах аль-Фараби по теории музыки и в его комментариях к «Алмагесту» и в приложениях к этой книге.

Историк XIII в. Ибн Аби Усейбиа в своих «Источниках сведений о разрядах врачей» [12] упоминает также два не дошедших до нас трактата аль-Фараби: «Введение в воображаемую геометрию» (Китаб ал-мудхал ал-хандаса ал-вахмийа) и «Книгу о пространстве и количестве» (Китаб фи-л-хаийз ва-л-микдар). Весьма возможно, что первый из этих трактатов посвящен вопросам, связанным с многомерными обобщениями куба, о которых аль-Фараби говорил в «Книге духовных искусных приемов».

[12] Ibn Abi Usaibia. Uyun el — anba fi tabaqat el-atibba, herausg. von. A. Müller. Königsberg, 1884, Bd. II, s. 140.

Перечисление наук[1] (математика)



РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКЕ[2]

75 || Этот раздел состоит из семи больших частей. Мы их перечислили в начале книги.

Наука чисел[3]

Под наукой чисел понимаются две науки: практическая и теоретическая [4]. Практическая изучает числа постольку, поскольку речь идет о числах считаемых [5], нуждающихся в определении их числа, и прочее. Например, количество людей, лошадей, динаров, дирхемов и прочих вещей, обладающих числом. Эту науку люди применяют в рыночных и гражданских делах.

Теоретическая наука чисел изучает числа в абсолютном смысле, отвлеченные разумом от тел и всего, что поддается в них счету. Она

рассматривает их отвлеченно от всего, что подлежит подсчету в предметах, воспринимаемых чувствами, и числа здесь выступают как общие как для воспринимаемых, так и для не воспринимаемых чувствами предметов. Эта наука проникает во все науки [6].

76 ‖Теоретическая наука чисел изучает числа абсолютно, все то, что присуще их индивидуальным сущностям, без соотнесения одних к другим, как, например, четное и нечетное [7], что свойственно им при соотнесении одних к другим, как равенство и неравенство, что какое-то число является одной или несколькими долями другого числа, или кратным, или равным ему, или превосходящим его на одну или несколько долей [8], пропорциональными и непропорциональными, подобными или неподобными [9], соизмеримыми [10] или несоизмеримыми [11]; что присуще им при сложении одних с другими и при вычитании одних из других при взятии кратным [12] числа на число единиц другого числа, при делении числа на делители по единицам другого числа, например, если число является квадратным, плос-

ким [13] или телесным [14], совершенным или несовершенным [15]. Она исследует все это и все то, что вытекает из этого при соотнесении одних к другим, и объясняет, каким образом числа находятся по каким-либо известным числам.

В общем, это наука об извлечении всего, что можно извлечь из чисел.

77 ### ‖Наука геометрии [16]

Под названием «науки геометрии» понимают две науки: практическую геометрию и теоретическую [17]. Практическая геометрия рассматривает линии и поверхности деревянного тела, если их применяет столяр, железного тела, если их использует кузнец, каменного тела, если их применяет каменщик, поверхности земель и нив, если он землемер.

Аналогично этому, специалист по практической геометрии представляет себе линии, поверхности [18], квадратные, круглые и треугольные тела [19] как материю, являющуюся предметом этого практического искусства.

Теоретическая геометрия рассматривает линии, поверхности и

тела абсолютно, так что они являются общими для плоскостей всех тел. Теоретик представляет себе линии в общем, отвлекаясь разумом от того, каково это тело. Он смотрит на плоскость, квадрат, окружность и треугольник в общем, не интересуясь тем, каково это тело, какова его материя и как она ощущается, а лишь в абсолютном смысле, представляя себе геометрическое тело не как дерево, кирпич или железо, а вообще как геометрическое тело.

78 ‖ Эта наука проникает во все науки [20]. Она изучает в линиях, плоскостях и телах абсолютно формы, величины, равенство и различие, виды их форм, порядок и все то, что им присуще, например, точки, углы и т. д. Она изучает пропорциональные и непропорциональные величины, данные и то, что не дано, соизмеримые и несоизмеримые, рациональные и иррациональные величины [21] и их виды.

Она объясняет, каким способом строится то, что можно построить, и каким способом извлекается то, что можно извлечь. Она объясняет причины всего этого путем доказа-

тельств, которые дает нам достоверное знание, не допускающее сомнения. Вот все, что рассматривает геометрия.

Геометрия состоит из двух частей. Одна часть рассматривает линии и плоскости, а другая — тела. Та часть, которая изучает тела, делится в соответствии с видами тел, как то: куб, конус, сфера, цилиндр, призма, пирамида [22] и рассматривает все это с двух сторон:

во-первых, каждое из них само по себе, например, линии — сами по себе, поверхности — сами по себе, куб — сам по себе и конус — сам по себе;

во-вторых, исследует их и следствия из них при соотнесении одних к другим ‖ путем сравнения
79
одних с другими; тогда она рассматривает равенство и различие и другие следствия из них, располагая одни вместе с другими в определенном порядке, например, линию на поверхности, поверхность в теле, или поверхность на поверхности, или тело в теле.

Следует знать, что для геометрии и чисел имеются основы, начала и другие вещи, вытекающие из этих начал [23]. При этом начала

ограничены, а то, что вытекает из них, неограничено.

В книге, написанной Евклидом Пифагорейцем [24], изложены начала геометрии и чисел. Она известна под названием «Книга начал» [25]. Эти начала изучаются двумя методами: методом анализа и методом синтеза. Древние математики в своих сочинениях сочетали оба метода. Евклид построил свою книгу только методом синтеза [26].

Наука оптики[27]

Наука оптики, как и наука геометрии, рассматривает формы, величины, порядок, положение, равенство, различие и другое, однако геометрия рассматривает линии, поверхности и тела абсолютно.
80 || Предмет геометрии более общий. Но науку оптики было необходимо выделить, хотя она входит во все то же, что и геометрия, так как многое из того, что в геометрии обязательно обладает каким-то состоянием, формой, положением и порядком, при рассматривании приобретает противоположные состояния; многое из того, что в действительности является четырехугольным, при рассмотрении на

каком-то расстоянии кажется круглым, непрерывное — прерывным, различное — равным, многое из того, что расположено на одной плоскости, отчасти кажется более низким, а отчасти — более высоким, многое из того, что находится впереди, представляется находящимся сзади и т. п. С помощью оптики подлинное различается от кажущегося и объясняются причины этого искажения на основе доказательств, отмечается все то, в чем зрение может обмануться, и объясняются виды искусных приемов для предотвращения ошибок в достижении истины в рассматриваемой вещи, ее форме, размере, положении, порядке и во всем, в чем зрение может обмануться.

Благодаря этому искусству человек может определить размер и величину отдаленных труднодоступных предметов, их удаленность, расстояние одних предметов от других, например, высоту дере-
81 вьев, длину || стен, ширину долин и рек; можно найти высоту гор и глубину долин и рек, если зрение попадет на их границу. С помощью этого искусства можно узнать расстояние облаков и других вещей от

нашего местонахождения и по отношению к любому месту земли, расстояние небесных тел и их размеры, которые можно определить по их параллаксам[28]. Словом, можно узнать всякие искомые величины — размеры или расстояния от чего-то, лишь если зрение попадает на них, причем в некоторых случаях во избежание ошибок применяются инструменты, а в других — не применяются.

Все, что рассматривают и видят, видят благодаря лучам, проходящим в воздухе или в прозрачном теле, связывающим наш глаз с рассматриваемой вещью. Лучи, проходящие через прозрачные тела на рассматриваемую вещь, либо прямолинейны, либо изогнуты, либо отражены, либо преломлены.

Прямолинейные — это такие лучи, которые, выходя из глаза[29], распространяются в прямом направлении зрения, пока не исчезнут. *Изогнутые* — это такие лучи, которые, выходя из глаза, встре-
82 чают на пути || зеркало, препятствующее их распространению по прямой и изгибающее их, отклоняя в одну из сторон зеркала. Затем они направляются в другую сторо-

ну зеркала, которое их отклоняет в сторону наблюдателя, как это показано на этом рисунке [рис. 2].

Отражающиеся — это такие лучи, которые от зеркала возвращаются в том же направлении, в котором они шли первоначально, и падают на наблюдателя, из глаза которого они вышли. И сам наблюдатель видит эти же лучи. *Преломляющиеся* — это такие лучи, которые возвращаются из зеркала в сторону наблюдателя, из глаза которого они вышли, и от него они продолжают отклоняться в одну из сторон и падают на какую-то другую вещь, либо сзади наблюдателя, либо справа, либо слева, либо над ним, и человек ви-

[Рис. 2].

83 дит то, что || сзади него или то, что с любой другой стороны. Это происходит по этому рисунку [рис. 3]. Средой для зрения рассматриваемой вещи и зеркала являются в общем прозрачные тела: либо воздух, либо вода, либо тело неба, либо некоторые тела, состоящие из стекла и т. п.

[Рис. 3].

Зеркала, отражающие лучи и препятствующие их распространению своим путем,— это либо зер-

кала, сделанные из железа или других [металлов], либо большие влажные испарения, либо вода и т. п.

Итак, оптика изучает все то, что видят и наблюдают посредством этих четырех видов лучей в каждом из этих зеркал, и все то, что присуще наблюдаемому телу. Она подразделяется на две части: первая изучает то, что наблюдают посредством прямолинейных лучей, вторая — что исследуют при помощи непрямолинейных лучей — это область науки о зеркалах.

84 || **Наука о звездах**

Под названием «Науки о звездах» понимаются две науки: первая — наука о приговорах звезд, это наука об указаниях светил на то, что произойдет в будущем, на многое из того, что имеется сейчас, и на многое из того, что было раньше; вторая — математическая астрономия, она относится к наукам и математике, что же касается первой, то она принадлежит к способностям и ремеслам, с помощью которых человек может представить себе то, что будет, каковы тол-

кование сновидений, предсказание по полету птиц, гадание и тому подобные способности [30].

Математическая астрономия изучает небесные тела и Землю по трем направлениям: во-первых, устанавливает их формы и положения одних по отношению к другим, их порядок в мире, их величины, объемы и отношения одних к другим, величины расстояний одних от других и то, что Земля в целом не движется ни со своего места, ни на своем месте [31]. Во-вторых, она определяет движение небесных тел, сколько их, а также доказывает, что все их движения сферические, изучает, какие из них являются общими как для све-
85 тил, так и для несветил, || а какие общие для всех светил; далее движения, присущие каждому светилу в отдельности, сколько в каждом из них видов этих движений и направлений и какое направление соответствует каждому светилу. Она исследует способ нахождения места каждого светила в частях знаков Зодиака [32] в любое время, при всех видах движения, она объясняет также все то, что присуще всем небесным телам и каждому из них в отдельности; движения,

которые им присущи, когда они находятся на эклиптике, и то, что вытекает из сравнения их друг с другом, а именно их соединения, сближения, расхождения и различные положения по отношению друг к другу [33]. Она изучает все, что вытекает из их движений и, кроме того, из их отношения к Земле, как, например, затмение Солнца, и из того, что происходит из-за нахождения Земли на том месте, которое она занимает в мире, например, затмение Луны и [другие] вытекающие отсюда явления, восходы и заходы и т. д., сколько их, при каких обстоятельствах и в какое время они происходят и сколько времени продолжаются.

В третьих, она изучает Землю с точки зрения обитаемости и необитаемости, объясняет, какова величина ее обитаемой части, сколько больших частей ее, т. е. климатов [34], перечисляет поселения в соответствии с тем, что имеет место в данное время, положение каждого поселения и их порядок в мире [35]. Она исследует, что необходимо вытекает для каждого климата и поселения из вращения мира и
86 именно чередование || дня и ночи

в связи с тем, что Земля остается на своем месте, сюда относятся восходы и заходы [светил], длина дней и ночей и ее сокращение и т. п.[36]

Все это входит в эту науку.

Наука о музыке[37]

Наука о музыке изучает виды мелодий [38]: из чего они слагаются, для чего их слагают, какими они должны быть, чтобы их действие было наиболее проникающим и впечатляющим. Под этим названием понимаются две науки: практическая наука о музыке и теоретическая наука [39]. Практической науке о музыке свойственно создавать те или иные чувственно воспринимаемые мелодии на инструментах, изготовляемых естественно и искусственно.

К числу естественных средств относится гортань, язычок и все то, что в горле, а также нос. Искусственные инструменты — это флейты, лютня [40] и другие.

Музыкант-практик извлекает тоны [41] и мелодии и все, что к ним относится, при помощи инструментов, которые обычно и служат для их создания.

Теоретическая наука о музыке, носящая умозрительный характер, дает знание о тонах и мелодиях, а также о причинах всего, из чего создаются мелодии, но не постольку, поскольку она связана с материей, а в отвлеченной форме
87 ||, безотносительно к инструменту и всякой материи. Она рассматривает материю как предмет слухового восприятия вообще, независимо от того, какому инструменту и какому телу случается быть их источником.

Теоретическая наука о музыке делится на пять крупных частей. В первой речь идет о началах и принципах, к которым обращаются при выяснении того, что включает в себя данная наука, о том, как эти начала применяются, каким способом исследуется это искусство, из каких и скольких элементов оно состоит и каким должен быть его исследователь.

Во второй части говорится об элементах этого искусства, об извлечении тонов, о количестве, качестве их видов, объясняются отношение одних тонов к другим и доказательства всего этого. В нем также разъясняются виды расположения и порядка тонов, благодаря которым последние становятся согласованными с той целью, чтобы можно было подбирать подходящие тона и слагать из них мелодии.

В третьей рассказывается о применении того, что говорилось об элементах с помощью рассуждений и доказательств о различного рода искусственных инструментах, применяемых здесь, об их создании, о расположении их по величине и порядку, что разъясняется в элементах [науки о музыке].

88 || Четвертая часть посвящена видам естественных ритмов [42], составляющих метрическую основу тонов [43].

В пятой речь идет о составлении мелодий вообще, а также совершенных мелодий, которые сочиняются для поэтической речи, слагающейся согласно определенному порядку и строю, о способах применения поэтической речи соответственно тем или иным целям мелодии и об определении тех мелодий, которые благодаря этой речи становятся более впечатляющими и проникающими [в душу], достигая цели, ради которой их создают [44].

Наука о тяжестях

Наука о тяжестях занимается вопросом о тяжести двояко. Во-первых, она рассматривает их с точки зрения определения их величин или [других] величин с их помощью. Это — изучение элементов учения о весах[45]. Во-вторых, она рассматривает тяжести с точки зрения их движения или движения чего-то с их помощью. Это — исследование элементов механизмов, с помощью которых поднимают тяжелые вещи и переносят их с места на место[46].

Наука об искусных приемах[47]

Наука об искусных приемах — это учение о том, каким образом надо поступать, чтобы привести в соответствие и воплотить в естественных телах все то, чье существование доказано в упомянутых математических науках путем рассуждений и доказательств. Все эти науки на самом деле рассматривают линии, поверхности, тела, числа и тому подобное. как понятия, отвлеченные от естественных тел. При обнаружении и выявлении того, что желательно получить

89 с помощью || искусства в естественных и ощущаемых телах, необходима такая сила, которая позволила бы их найти. Поскольку ощущаемые тела и материальные вещи имеют такие состояния, которые мешают применять доказанные математические положения на практике по желанию человека, необходимо подготовить естественные тела для применения в них этих математических положений, так же как необходимо создать приспособления для устранения препятствий. Таким образом, наука об искусных приемах — это учение, дающее разные способы и приемы для нахождения искусственным путем применения [математики] на практике в естественных и ощущаемых телах.

Одним из искусных приемов являются числовые приемы, причем они бывают разными. К их числу относится наука, которая в наше время называется алгеброй и алмукабалой и подобно этому[48], однако эта наука является общей как для чисел, так и для геометрии[49]; она содержит разнообразные искусственные методы нахождения чисел, основы которых

для рациональных и иррациональных величин даны в десятой книге «Начал» Евклида и в том, что не упомянуто из этого в этой книге [50].

Поскольку рациональные и иррациональные [величины] относятся одни к другим как числа к числам, то каждое число будет соответствовать по величине рациональному или иррациональному. Если находятся числа, которые соответствуют по величине некоторым величинам, то и каким-то способом находятся и эти величины. Поэтому некоторые числа считаются рациональными для данного типа рациональных величин, а другие — иррациональными для данного типа иррациональных величин [51].

90 || Имеются также многочисленные геометрические искусные приемы. Среди них — искусство руководства строительством [52], искусные приемы измерения различных видов тел [53], изготовления астрономических и музыкальных инструментов, а также инструментов многих практических искусств, например, луков и других видов оружия [54]. Среди них искусные приемы изготовления оптических

приборов, которые управляют зрением в восприятии истинного положения вещей, рассматриваемых с далекого расстояния; изготовления зеркал, нахождение места возвращения лучей при их изгибании, отражении и преломлении, а также возвращение солнечных лучей и лучей других [небесных] тел, откуда возникают искусство зажигательных зеркал и его искусные приемы. Сюда же относятся искусные приемы чудесного искусства весов [55] и других инструментов для многих ремесел. Все в этом роде и составляет науку искусных приемов. Они представляют собой основы практических гражданских искусств, которые находят приложение в телах, фигурах, положениях, порядке и измерении, как, например, в искусствах строительства, столярного дела и т. д.

Это и есть математика и ее виды.

Примечания к математическому разделу «Перечисления наук»

[1] Математический раздел «Перечисления наук» (Ихса ал-улум) переводится по каирскому изданию (аль-Фараби. Ихса ал-улум, изд. д-р Осман Амин, Каир, 1949, стр. 75—95).

Рукописи хранятся в Париже (9335), в Стамбуле (Кёпрюлю, 1604), в Мадриде (Эскуриал 646/3).

В Европе содержание этого трактата было известно еще в XII в. в латинском переводе Герардо Кремонского (ум. 1187 г.). Другой латинский перевод этого трактата, осуществленный Г. Камерарио, был издан в Париже в 1588 г.

Имеются переводы (полный или частичный) также на староеврейский (XIV в.), немецкий (Э. Видеман, 1907), английский (Фармер, 1932), испанский (А. Г. Паленсиа, 1932), французский (М. А. Мархаба, 1954), турецкий (А. Атеш, 1955), казахский (А. Кубесов, 1964) и другие языки*.

* Об изданиях, переводах и исследованиях трудов аль-Фараби см. книгу Nicolas Rescher. Al-Farabi An Annotated Bibliography. Pittsburg, 1962.

Содержание математического раздела «Перечисления наук» частично исследовалось Э. Видеманом (E. Wiedeman. Über al-Farabis Aufzählung der Wissenschaften (De scientiss), Sitz. d. phys.-med. Soz. in Erlangen, Bd. 39, 1907, 74—101), Г. П. Матвиевской (в кн. «Учение о числе на средневековом Востоке». Ташкент, 1967, стр. 104—106), А. Кубесовым (А. Көбесов «Фарабидың Ғылымдар энциклопедиясының математикалық тарауы», «Білім және еңбек» 1969, № 5, 12). В основу настоящего перевода раздела о музыке положен перевод А. В. Сагадеева, опубликованный в книге «Музыкальная эстетика стран Востока». Общая редакция и вступительная статья В. П. Шестакова. Л., 1967, стр. 259—261.

[2] Математическая наука — ’илма т—та’лим. Слово та’лим, буквально «знание» — перевод греческого термина mathema, от которого происходит наше название математики.

[3] Наука чисел — ’илм ал-’адад, охватывала арифметику и теорию чисел.

[4] Практическая наука чисел — ’илм ал-’адад ал-’амали, теоретиче-

ская наука чисел — ’илм ал-’адад ан-назари.

[5] Считаемое — ма’дуд, конкретный предмет, являющийся объектом пересчитывания, в отличие от абстрактного числа (’адад). Различие между «числом» и «считаемым» подчеркивалось Ибн-ал-Хайсамом (965—1039 гг.) в его комментариях к Евклиду и позднее другими крупными математиками стран ислама.

[6] Аль-Фараби здесь имеет в виду то, что благодаря своему абстрактному характеру наука чисел может применяться во всех науках.

[7] Противоположность между четным (зауджи) и нечетным (фард) — один из основных вопросов учения пифагорейцев.

[8] Доля (джуз) числа — делитель, число a «является одной или несколькими долями» числа b — $a = \frac{1}{n} b$ или $a = \frac{m}{n} b$. Число a превосходит число b «на одну или несколько долей» — $a = \left(1 + \frac{1}{n}\right) b$ или $a = \left(1 + \frac{n}{m}\right) b$.

[9] «Подобные числа» (муташабиха) — числа, изображаемые подобными прямоугольниками или параллелепипедами (см. примечания 13 и 14).

[10] «Соизмеримые числа» — муташарика, буквально — «обладающие общим» (делителем).

[11] «Несоизмеримые числа» — мутабайина, буквально — «противоположные».

[12] «Взятия кратным» —тад’иф, от да’ф — «кратное», умножение на целое число.

[13] Плоское число (мусаттах) — произведение двух чисел, изображаемое прямоугольником, стороны которого выражаются сомножителями этого числа, в случае если сомножители совпадают, число называется квадратным (мурабба), откуда наш термин «квадрат» для n^2.

[14] Телесное число (муджассам) — произведение трех чисел, изображаемое параллелепипедом, стороны которого выражаются сомножителями этого числа, в случае если сомножители совпадают, число называется кубическим, откуда наш термин «куб» для n^3.

[15] Совершенное число (тамм) — число, равное сумме своих дели-

телей; совершенные числа играли важную роль в учении пифагорейцев.

[16] Наука геометрия — 'илм ал-хандаса.

[17] Противопоставление объектов практической и теоретической геометрии у аль-Фараби аналогично противопоставлению «считаемых» и «чисел».

[18] Под линиями (хутут) и поверхностями (сутух) в средние века понимались прямолинейные отрезки и ограниченные поверхности, в последнем случае большей частью имелись в виду плоские фигуры.

[19] «Квадратные, круглые и треугольные тела» — тарби' ва тадвир ва таслис фи джисм, буквально — квадратность, круглость и треугольность в теле.

[20] Здесь, как и в случае науки чисел, имеется в виду, что благодаря своему абстрактному характеру геометрия может применяться во всех науках.

[21] Рациональные величины — 'ал-мантикат, буквально «говорящие», иррациональные величины — ас-сами, буквально «немые, глухие» (перевод соответствующих греческих слов).

[22] «Куб — мука'аб (от ка'б — «игральная кость», как и греческое kubos), конус — махрут, буквально — «обточенное», сфера — кура, цилиндр — устувана, призма — маншур («опиленная», перевод греческого prisma), пирамида — санавбары (от санавбар — «сосна»).

[23] Под основами (аркан) и началами (усул) аль-Фараби имеет в виду основные определения и аксиомы геометрии; отметим, что «Начала» Евклида в средневековой арабской литературе называется «Книга начал геометрии» (китаб ал-усул ал-хандаса).

[24] Аль-Фараби считал Евклида (Уклидис) пифагорейцем (ал-фисагури); на самом деле, как показал Б. Л. Ван дер Варден, только VII—IX книги «Начал», являющиеся обработкой сочинений Архита Тарентского, носят следы пифагорейских атомистических определений и первые определения I книги «Начал», другие книги «Начал» — обработки сочинений ученых IV в. до н. э. Гиппократа Хиосского, Теэтета Афинского и Евдокса Книдского, примыкавших к школе Платона.

[25] Книга начал — здесь китаб ал-истиксат, истиксат — искажение греческого названия этой книги Stoicheia — «элементы, стихии».

[26] Анализ (тахлил) — здесь индуктивный метод, синтез (таркиб) — здесь дедуктивный метод; аль-Фараби в отличие от Евклида считает необходимым применение в геометрии обоих этих методов, этот вопрос обсуждается и в его комментариях к I и V книгам «Начал» Евклида (см. стр. 230—251 в настоящем сборнике).

[27] Наука оптики — 'илм ал-маназир (буквальный смысл слова маназир) — «зрительные приборы».

[28] Параллакс — инхираф ал-манзар, буквально — отклонение видения.

[29] Аль-Фараби считает, что лучи, с помощью которых осуществляется зрение, выходят из глаза. Такой точки зрения придерживались пифагорейцы и Евклид в своей «Оптике»; по мнению других ученых, зрение осуществляется с помощью лучей, выходящих из источника света. Ибн ал-Хайсам в своей «Книге оптики» называет первую точку зрения «математической», а вторую — «физической»

и присоединяется к последней. Заметим, что и аль-Фараби в своем астрологическом трактате придерживается физической точки зрения (см. стр. 273—299 этого сборника).

[30] Наука о звездах — 'илм ан-нуджум; «наука о приговорах звезд» — 'илм ахкам ан-нуджум — юдициарная астрология; математическая астрономия — 'илм ан-нуджум ат-та'лими («математическая наука о звездах»). Здесь аль-Фараби подчеркивает, что только вторая из этих наук относится к наукам.

[31] Здесь аль-Фараби придерживается общепринятых в то время догм геоцентрической системы Птоломея.

[32] Знаки Зодиака — буруджж, участки эклиптики (большого круга небесной сферы, по которому совершается видимое годичное движение Солнца) по 30°, эти участки соответствуют 12 созвездиям Зодиака.

[33] Если ввести на небесной сфере систему эклиптических, т. е. сферических координат, роль экватора которой играет эклиптика, то соединением (киран) двух светил

называется совпадение их эклиптических долгот, сближением (иджтима) двух светил считается такое их положение, когда они находятся в одном знаке Зодиака. Под различными положениями расхождения светил имеется в виду их противостояние (когда их эклиптические долготы отличаются на 180° или находятся в противоположных знаках Зодиака), квадратура (когда их эклиптические долготы или знаки Зодиака отличаются на 90°), тригональный аспект (когда их эклиптические долготы или знаки Зодиака отличаются на 120°) и т. д.

[34] «Обитаемая часть» (ал-ма'мура) Земли — ойкемуна, в древности и в средние века считалось, что ойкемуна занимает четверть земной поверхности. Климаты (иклим) — полоса ойкемуны, в древности и в средние века считалось, что ойкемуна подразделяется на семь климатов.

[35] Здесь имеются в виду «географические таблицы», т. е. список городов с их географическими координатами, из «Географии» Птоломея и географических трактатов многих ученых ислама. Вычисление географических координат различных пунктов Земли относится к математической географии.

[36] Здесь аль-Фараби касается математической хронологии, к которой относятся вычисление длины дня и ночи и другие вопросы теории календаря.

[37] «Наука о музыке» — 'илм ал-мусика; слово мусика — транскрипция греческого слова mousika.

[38] «Мелодия» — лахн, это слово обозначает также звук и мотив.

[39] Противопоставление практической и теоретической науки о музыке у аль-Фараби аналогично противопоставлению двух видов науки о звездах, но в отличие от последних аль-Фараби называет практическую науку о музыке наукой.

[40] Флейта — мизмар, мн. число мазамир, буквально — «дудка», «лютня» — 'уд, мн. число 'идан, буквально — «трубка».

[41] Тон, т. е. звук определенной высоты — нагма, мн. число нагамат; здесь: нагам.

[42] Ритм — ика’, мн. число ика’ат.

[43] Метрический — вазин — от вазн — музыкальный и стихотворный размер, буквально — «вес».

[44] Пять частей теоретической науки о музыке соответствуют основным частям «Большой книги Музыки» аль-Фараби.

[45] «Наука о тяжестях» — ’илм ал-аскал. Под весами (мизан, мн. число мавазин) здесь подразумеваются рычажные весы. Соответствующий раздел «науки о тяжестях» относится к статике, эта наука основана Архимедом; данному вопросу была посвящена «Книга о карастуне» багдадского ученого IX в. Сабита ибн Корры.

[46] Здесь мы переводим слово алат — «приборы, инструменты» словом «механизмы».

Главным образом здесь имеются в виду простые машины — рычаг, блок, ворот, винт и клин.

Соответствующий раздел «науки о тяжестях», основанный в «Механических проблемах», написанных в школе Аристотеля, также относится к статике, однако тут уже имеются элементы динамики.

[47] Наука об искусных приемах — ’илм ал-хийал, перевод греческих слов *techne mechanike,* первоначально означала механику в смысле учения о механизмах и автоматах. В частности, этому учению была посвящена «Книга механики» (Китаб ал-хийал) багдадских ученых IX в. братьев Бану Муса ибн Шакир.

Аль-Фараби понимает этот термин более широко, как учение об искусных приемах применения математики к решению практических задач. Впервые этот термин в более широком смысле мы встречаем у предшественника аль-Фараби «философа арабов» Я’куба аль-Кинди, которому, как сообщает историк X в. Ибн ан-Надим, принадлежит «Трактат о числовых искусных приемах и науке их уточнения» (Рисала фи-л-хийал ал-’ададиййа ва илм идмарха), рукописей которого не сохранилось (Ibn al-Nadim. Kitab al-Fihrist, т. 1, стр. 256).

Аль-Фараби, развивая идею аль-Кинди, еще более расширяет значение слова хийал, распространяя его на «духовные искусные приемы», что видно из названия

его трактата «Книга духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур» (см. стр. 92—214 этого сборника).

[48] Алгебра и алмукабала (ал-джабр ва-л-мукабала) — первоначальное название алгебры. Первоначальное название слов ал-джабр и ал-мукабала — «восстановление» и «противопоставление» — название двух алгебраических операций (перенос вычитаемых членов из одной части равенства в другую и сокращение равных членов в обеих частях равенства), с помощью которых алгебраические уравнения приводились к каноническому виду. Название этой математической дисциплины появилось в труде среднеазиатского математика IX в. Мухаммада аль-Хорезми «Краткая книга об исчислении алгебры и алмукабалы». В X в. имелись и другие названия алгебры, например, Абу Камил называл алгебру «исчислением плоских фигур» (хисаб ас-сутух), так как его алгебра, так же, как алгебра аль-Хорезми, имела дело только с линейными и квадратными уравнениями, т. е. с произведениями и квадратами чисел, изображаемыми плоскими фигурами. Впоследствии, когда алгебраисты стран ислама стали изучать кубические уравнения, они вернулись к названию аль-Хорезми.

[49] Здесь аль-Фараби подчеркивает, что коэффициентами алгебраических уравнений могут быть не только целые числа, как у аль-Хорезми, но и непрерывные геометрические величины.

[50] «Начала» Евклида — здесь Истиксат (см. примечание 25). X книга «Начал» посвящена теории квадратичных иррациональностей. Здесь аль-Фараби, по-видимому, имеет в виду проводившуюся рядом математиков X в. арифметизацию и алгебраизацию результатов X книги «Начал» и аналогичных результатов для более общих иррациональностей, о которых говорилось в V книге «Начал».

[51] Термины аль-Фараби «рациональные числа» (ал-'адад мунтика) и «иррациональные числа» (ал-'адад самма) указывают, что здесь он понимает слово «число» в более широком смысле, чем натуральное число, предвосхищая тем самым обобщение понятия числа,

произведенное в XI в. Омаром Хайямом в его «Комментариях к трудностям во введениях книги Евклида». Словом «величина» здесь переведено слово узм, буквально — «великость». Поэтому, говоря о том, что отношения несоизмеримых величин выражаются отношением натуральных чисел, аль-Фараби имеет в виду выражение отношений несоизмеримых величин с помощью обобщенных чисел. Другой перевод этого места по средневековому латинскому переводу см. в упомянутой книге Г. П. Матвиевской «Учение о числе», стр. 246.

Расширение понятия числа в данном случае естественным образом связано аль-Фараби с предметом алгеброй, так как одним из объективных стимулов в расширении понятия числа явились многочисленные попытки числового решения задач алгебраического характера. Определенный намек на расширение понятия в философском плане имеется в трактате аль-Фараби «О происхождении наук», где он определяет числа как отношения одних частей субстанции к другим частям.

[52] Руководство строительством — рийаса ал-бина — составление проектов архитектурных сооружений.

[53] Здесь аль-Фараби не упоминает геометрических построений, которым посвящен его трактат, указанный в примечании 47, откуда видно, что он занялся этим видом «духовных искусных приемов» после окончания этого трактата.

[54] Под луками (кус, мн. число аквас) и другими видами оружия здесь, по-видимому, подразумеваются баллисты, катапульты и другие стенобитные орудия.

[55] В каирском издании на месте слова «весов» (авзан, мн. число от слова вазн — «вес») стоит аван — «времени». Мы читаем это слово как авзан в соответствии со средневековым латинским переводом (Г. П. Матвиевская. «Учение о числе», стр. 106); если правильным чтением является аван, то здесь имеются в виду приборы для определения времени: солнечные часы, клепсидры или астролябии.

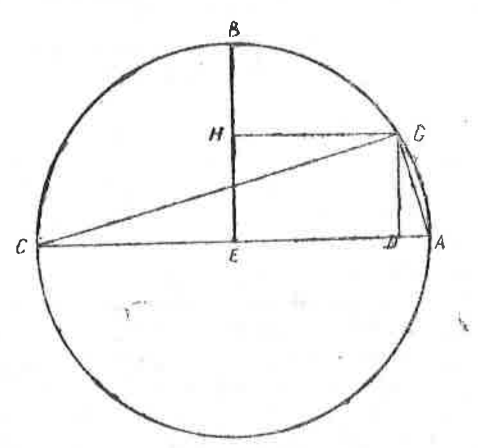
Книга приложений к „Алмагесту" (тригонометрические главы)[1]



Глава I

160 || **О свойствах хорды и синуса**[2]

ABC — круг, его центр — *E*, его диаметр — *AC* [рис. 4]. Проведем *EB* под прямым углом из точ-



[Рис. 4].

ки *E*. Зададимся дугой *AG*, проведем линии *AG* и *GD* перпендикулярно к *AC* и *GH* — перпендикулярно к *BE*, соединим *G* и *C*. Тогда линия *AG* — хорда дуги *AG*, *GC* —

хорда ее дополнения, GD — синус дуги AG, GH — ее косинус, равный линии DE, AD — стрела дуги AG; BH — стрела дуги GB, дуга GB — дополнение дуги AG до четверти круга, дуга GBC — дополнение AC до половины круга. Это то, что мы хотели объяснить.

Глава II]

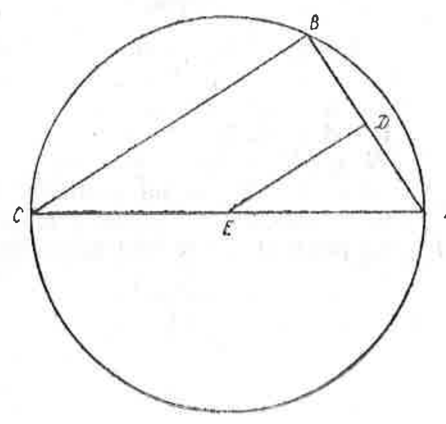
О нахождении величины хорды дополнения дуги, если известна хорда дуги[3]

Пусть ABC — круг, его диаметр — AC [рис. 5]. Зададимся его дугой AB, проведем линии AB и BC. Будем считать хорду AB известной. Тогда я утверждаю, что и хорда BC известна.

Доказательство этого. Угол ABC — прямой, потому что он вписан в полукруг. Поэтому квадрат AC равен квадратам AB и BC, и если отнять квадрат AB из квадрата AC, останется квадрат BC [и, следовательно, он] известен. Поэтому корень из него, т. е. хорда BC, известен. Это и есть то, что мы хотели доказать.

Будем иметь в виду, что каждая хорда относится к диаметру

круга как синус половины дуги этой хорды к полудиаметру круга,



[Рис. 5].

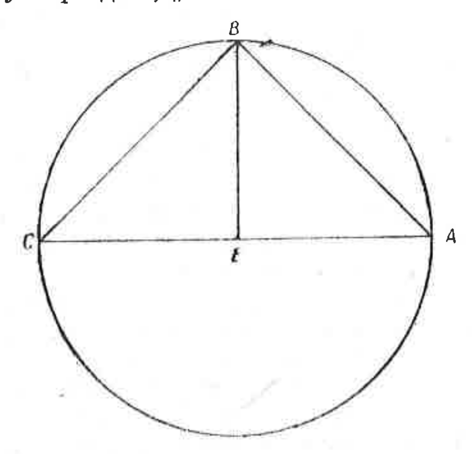
потому что если мы разделим линию AB в точке D пополам и проведем линию DE, причем E — центр круга, то DE параллельна BC в силу равенства углов BCA и DEA; AD — синус половины дуги AB и поэтому BA относится к AC как DA к AE. Отсюда всякое вычисление с помощью хорды и диаметра сводится к вычислению с помощью синуса половины этой дуги [4].

Это то, что нам следовало знать.

Глава III

О нахождении величины хорды четверти [круга][6]

Пусть *ABC* — круг, его центр E, его диаметр *AC*; проведем *EB* под прямым углом [рис. 6]. Соединим *A* и *B*, *B* и *C*. Каждая из дуг *AB* и *BC* равны четверти [круга], поэтому каждая из линий *AB*, *BC* будет хордой четверти [круга]. Я
161 утверждаю, ‖ что они известны.



[Рис. 6].

Доказательство этого. Поскольку угол *AEB* прямой, то квадрат *AB* равен квадратам *AE* и *EB*; но каждая из [линий] *AE* и *EB* — по-

лудиаметр, поэтому сумма их квадратов известна, и, следовательно, ее корень, т. е. хорда *AB*, известен. Это то, что мы хотели доказать.

Отсюда ясно, что квадрат хорды четверти [круга] равен двум квадратам полудиаметра. Квадрат диаметра равен четырем квадратам полудиаметра, так как квадрат AC равен квадратам AB и BC и каждый из [квадратов] AB и BC равен двум квадратам AE, поэтому квадрат AC равен четырем квадратам AE. Это ясно из того же рисунка[6].

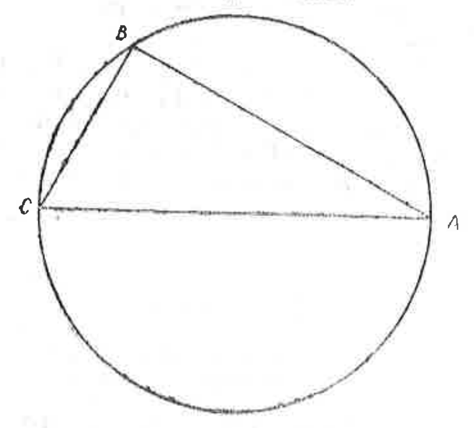
Глава IV

О нахождении величины хорды трети [круга]

Пусть *ABC* — круг, его диаметр *AC*. Проведем *BC*, равную полудиаметру; это хорда одной шестой [круга] [рис. 7]. Проведем *AB*. Я утверждаю, что *AB* — хорда трети [круга] и что она известна.

Доказательство этого. Угол *ABC* прямой, потому что он вписан в полукруг, поэтому квадрат *AC* равен квадратам *AB* и *BC*; квадрат *AC* известен, известен и

квадрат BC, являющийся хордой одной шестой [круга], поэтому квадрат AB, являющийся остатком от квадрата AC, известен; следовательно, и корень из него известен, т. е. хорда AB. Это и есть то, что мы хотели доказать.



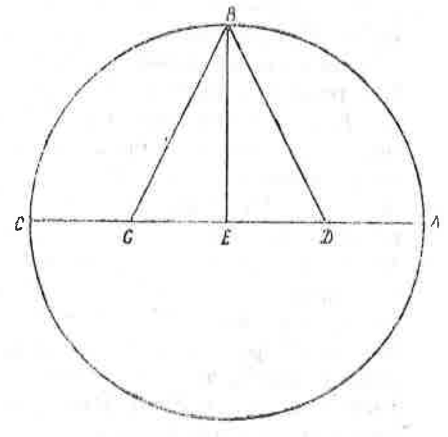
[Рис. 7].

Отсюда ясно, что квадрат хорды трети равен трем квадратам полудиаметра, так как квадрат диаметра равен четырем квадратам полудиаметра, а хорда BC равна полудиаметру; если вычесть из AC квадрат BC, то остается утроенный квадрат полудиаметра, что равно квадрату хорды AB [7].

Глава V

О нахождении величины хорд одной десятой и пятой [круга] [8]

Пусть ABC полукруг, его центр E, его диаметр AC [рис. 8]. EB —



[Рис. 8].

перпендикуляр к нему; разделим AE пополам в D и соединим B и D. Отложим DG, равную BD, и соединим B и G. Тогда я утверждаю, что EG равна хорде одной десятой круга, а BG — хорда ее одной пятой.

Доказательство этого. Поскольку AE разделена пополам в D и к

ней прибавлена *EG*, то произведение *AG* и *GE* вместе с квадратом *DE* равно квадрату *DG* [9]. Так как *DG* равна *DB*, то квадрат *DB* равен квадратам *DE* и *EB*. Следовательно, произведение *AG* на *GE* вместе с квадратом *DE* равно квадратам *DE* и *EB*. Отбросим общий квадрат *ED*, останется произведение *AG* и *GE*, равное квадрату *EB*, но *EB* равна *EA*. Следовательно, *AG* разделена в точке *E* в среднем и крайнем отношении, где большая часть — *AE*, причем *AE* — хорда одной шестой [круга]. Поэтому *EG* — хорда одной десятой [круга], так как квадраты *BE* и *EG* равны квадрату *BG*, *EB* — хорда одной шестой [круга], а *EG* — хорда одной десятой, то *BG* — хорда одной пятой части [круга]. Это и есть то, что мы хотели доказать.

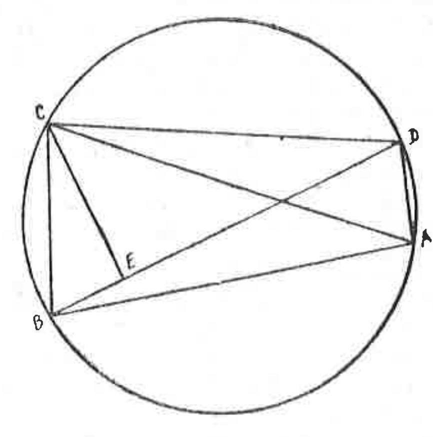
Глава VI

О предпосылке для того, что будет позже

В каждом четырехугольнике, вокруг которого описан круг, произведения противоположных сто-

рон, если сложить их, равно произведению диагоналей этого четырехугольника [10].

Пусть в круг *ABCD* вписан четырехугольник *ABCD*, его диагонали — *AC* и *BD* [рис. 9]. Я утверждаю, что сумма произведений *AB* на *CD* и *AD* на *BC*, если их сложить, равна произведению *AC* на *BD*.



[Рис. 9.]

Доказательство этого. Построим угол *DCE*, равный *BCA*; так как
162 угол *DCE* равен углу || *BCA*, а
угол *ACE* — общий, угол *DCA* равен углу *BCE*; угол *CAD* равен

углу *CBD*, так как они на одной дуге *CD*; следовательно, оставшийся угол *ADC* равен углу *BEC*. Поэтому *CB* относится к *BE* как *CA* к *AD* и произведение *CB* на *AD* равно произведению *AC* на *BE*.

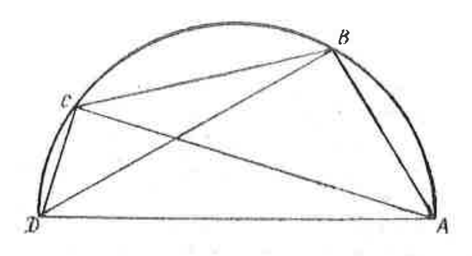
Поскольку угол *DCE* равен углу *BCA*, а угол *CDB* равен углу *CAB*, так как они на одной дуге *BC*, то угол *CED* равен углу *ABC*, поэтому *CD* относится к *DE* как *CA* к *AB* и произведение *CD* на *AB* равно произведению *CA* на *DE*; но было доказано, что произведение *CB* на *AD* равно произведению *CA* на *BE*. Следовательно, произведение *AC* на *BD* равно произведениям *CB* на *AD* и *CD* на *AB*. Это и есть то, что мы хотели доказать.

Глава VII

О нахождении величины хорды разности двух дуг, хорды которых известны [11]

Пусть *ABCD* — полукруг, диаметр его — *AD* и его хорды *AB* и *AC* известны. Соединим *B* и *C*

[рис. 10]. Я утверждаю, что *BC* известна.



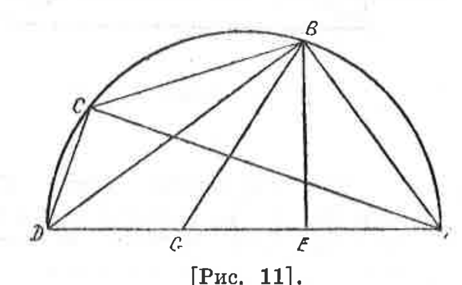
[Рис. 10].

Доказательство этого. Проведем *BD* и *CD*, которые известны, так как они хорды дополнений *AB* и *AC*. Тогда по тому, что доказано в предпосылке, произведение *AC* на *BD* равно сумме произведений *AB* на *CD* и *AD* на *BC*; но произведение *AC* и *BD* известно; известно и произведение *AB* и *CD*; следовательно, оставшееся произведение *AD* и *BC* известно. Диаметр *AD* известен, поэтому известна и хорда *BC*. Это и есть то, что мы хотели доказать.

Глава VIII

О нахождении величины хорды половины дуги с известной хордой [12]

Пусть $ABCD$ — полукруг, его диаметр AD. Зададимся хордой AC. Разделим дугу AC пополам в B; соединим A и B, B и C [рис. 11]. Я утверждаю, что AB известна.



[Рис. 11].

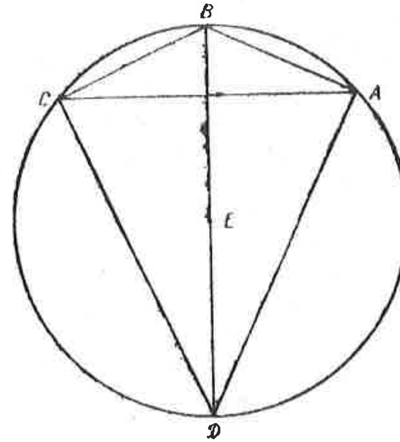
Доказательство этого. Соединим C и D и отложим DG, равную CD; соединим B и D, B и G, проведем BE перпендикулярно к AG. Поскольку CD равна DG, а DB — общая, поэтому CD и DB [вместе] равны GD и DB; угол GDB равен углу BDC, так как они на равных дугах; следовательно, основание BC будет равно основанию BG. Но AB равно BC; поэтому AB равна BG. Треугольник ABG равнобедренный, и если из угла ABD опущен перпендикуляр BE, то AE равна EG. Поскольку треугольник ABD прямоугольный и из прямого угла опущен перпендикуляр, то треугольники ABD и ABE подобны; следовательно, DA относится к AB как BA к AE. Поэтому произведение DA на AE равно квадрату BA; но каждая из [линий] DA и AE известна; поэтому квадрат AB известен и корень из него, т. е. хорда AB, известен. Это и есть то, что мы хотели доказать.

Глава IX

О нахождении величины хорды суммы двух дуг, хорды которых известны [13]

Пусть $ABCD$ — круг, его центр E. Зададимся известными хордами AB и BC; соединим A и C [рис. 12]. Я утверждаю, что AC известна.

Доказательство этого. Проведем через B диаметр BD; соединим A и D, D и C. Тогда AD — хор-
163 да дополнения AB, ‖ а CD — хорда дополнения дуги BC; обе они известны. Произведения AB на CD и BC на AD [вместе] равны произве-



[Рис. 12]

дению *BD* на *AC*. Каждая из [линий] *AB*, [*BC*, *AD*] и *CD* известна; диаметр *BD* известен. Следовательно, хорда *AC* известна.

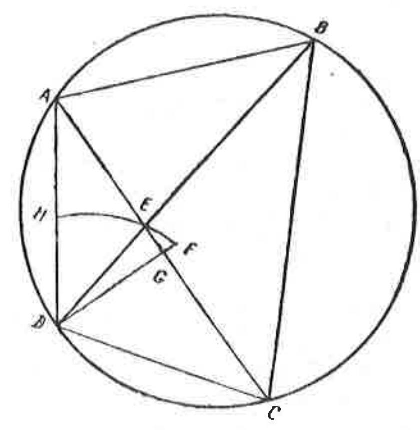
Глава X

О предпосылке для того, что будет позже

Если в круге имеются две неравные хорды, то отношение большей хорды к меньшей меньше отношения дуги большей хорды к дуге меньшей хорды [14].

Пусть круг *ABCD*, и в нем имеются хорды *AB* и *BC*, *BC* будет

большей из них (рис. 13). Я утверждаю, что отношение хорды *BC* к хорде *BA* меньше отношения дуги *BC* к дуге *AB*.



[Рис. 13].

Доказательство этого. Разделим угол *ABC* пополам прямой линией *B*[*E*]*D*. Соединим *A* и *C*, *A* и *D*; поскольку угол *ABC* разделен пополам линией *BD*, то линия *CD* равна линии *AD*, а линия *CE* длиннее линии *EA*.

Опустим из *D* на линию *AC* перпендикуляр *DG*. Так как *AD* длиннее *DE*, а *DE* длиннее *DG*, то круг, описанный из центра *D* на расстоянии *DE*, пересечет *AD* и

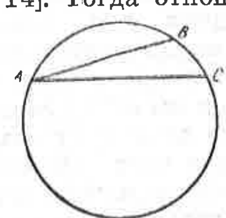
обойдет *DG*. Проведем его дугу. Это — *HEF*, продолжим *DG* до *F*. Поскольку сектор *DEF* больше треугольника *DEG*, а треугольник *DEA* больше сектора *DEH*, то отношение сектора *DEF* к сектору *DEH* больше отношения треугольника *DEG* к треугольнику *DEA*; но треугольник *DEG* относится к треугольнику *DEA* как линия *EG* к линии *EA*; сектор *DEF* относится к сектору *DEH* как угол *GDE* к углу *EDA*; следовательно, отношение линии *EG* к линии *EA* меньше отношения угла *GDE* к углу *EDA*. Присоединяя [15], получим, что отношение *GA* к линии *EA* меньше отношения угла *GDA* к углу *ADE*. Половины относятся как их удвоение, поэтому отношение удвоенной *AG*, т. е. *CA* к *AE*, меньше отношения удвоенного угла *GDA*, т. е. угла *CDA* к углу *ADE*; выделяя [16], получим, что отношение линии *CE* к *EA* меньше отношения угла *CDE* к углу *EDA*. Но *CE* относится к *EA* как хорда *CB* к хорде *AB*, а угол *CDB* относится к углу *BDA* как дуга *CB* к дуге *BA*; поэтому отношение хорды *CB* к хорде *BA* меньше отношения дуги *CB* к дуге *BA*. Это и есть то, что мы хотели доказать.

Глава XI

Об установлении хорды одного градуса и составлении с помощью ее [других] хорд

В седьмой главе объяснялось, как узнать хорду разности одной шестой и одной десятой [круга], т. е. хорду одной двенадцатой [круга], а в восьмой главе — половины и половину половины и т. д. до хорды дуги градуса с половиной и хорды дуги половины с четвертью градуса [17].

Положив это за основу, возьмем круг *ABC* и пусть линия *AB* сначала хорда дуги половины с четвертью градуса, а линия *AC* —
164 хорда дуги || одного градуса [рис. 14]. Тогда отношение хорды *AC* к хорде *AB* меньше отношения дуги *AC* к дуге *AB*; дуга *AC* равна дуге *AB* с третью. Следовательно, хорда *AC* меньше хорды *AB* с третью. Хорда *AB* с третью — 1 2 49 52.



[Рис. 14].

Точно так же проведем в том же круге линию *AB* — хорду ду-

ги одного градуса и линию AC — хорду градуса с половиной, тогда дуга AC равна дуге AB с половиной и хорда AC меньше хорды AB с половиной. Поэтому дуга AB больше двух третей дуги AC, но две трети дуги — 1 2 49 48.

Если одна и та же хорда одного градуса один раз меньше, а другой раз больше вещей, разность между которыми незначительна, разделим эту разность пополам и прибавим к меньшему. Тогда хорда одного градуса приблизительно 1 2 49 55 [18], а хорда его дополнения 119 59 43 43. После этого узнаем синус одного градуса 1 2 49 43, а косинус одного градуса 59 59 27 7 [19].

В девятой главе объяснялась хорда суммы двух дуг, поэтому если известна хорда одного градуса, то известна и хорда двух градусов; точно так же если известны хорды одного и двух градусов, то известна и хорда трех градусов; точно так же если известны хорды одного и трех градусов, то известна и хорда четырех градусов. Таким образом, составляем хорды дуг от градуса до ста восьмидесяти градусов. Если [определяются]

синусы, то до девяноста [градусов]. Мы расположим их в таблицу [20]. Это и есть то, что мы хотели доказать.

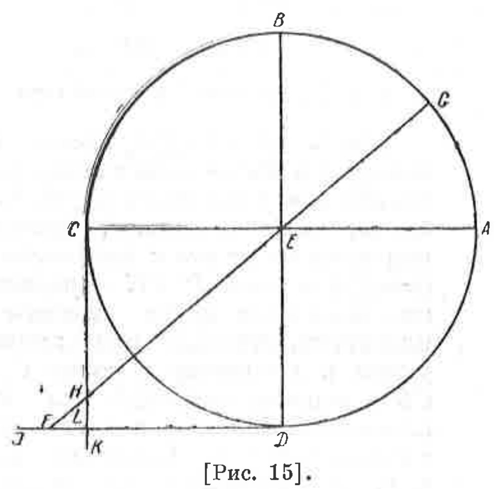
Глава XII

О свойствах первой и второй тени

Пусть $ABCD$ круг высоты, его центр E, а DJ — пересечение плоскостей круга высоты и круга горизонта; DE — гномон [21], стоящий под прямым углом к плоскости горизонта в точке D, CK — пересечение плоскости круга высоты и плоскости, стоящей под прямым углом к горизонту в точке C, а CE — гномон, стоящий на этой плоскости. Зададимся дугой высоты AG [рис. 15]. Проведем GEF, т. е. луч, соединяющий вершину гномона и конец тени; DF — тень гномона DE, называемая плоской тенью или второй тенью высоты AG, а CH — тень гномона CE, называемая обращенной тенью или первой тенью высоты AG.

Если мы зададимся высотой BG, то для нее гномон второй, т. е. плоской тени — CE, а гномон первой, т. е. обращенной тени — DE. Поэтому DF — первая тень

высоты BG, а CH для нее вторая тень; BG — дополнение AG, поэтому первая тень каждой высоты есть вторая тень дополнения этой



[Рис. 15].

высоты, а вторая тень каждой высоты есть первая тень дополнения этой высоты (рис. 16).

Обращенная тень называется первой, так как она изменяется с появлением и увеличивается с увеличением высоты Солнца, а [плоская — называется] второй тенью, так как она уменьшается с увеличением этой высоты. Это то, что мы хотели объяснить [22].

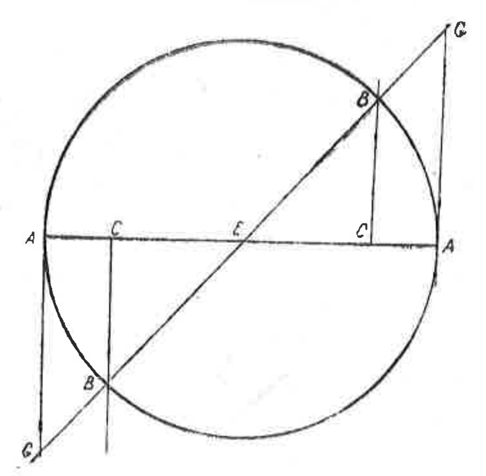


Рис. 16. Страница рукописи трактата «Книга приложений [к «Алмагесту»], в которой вводятся линии тангенса и котангенса в круге.

Глава XIII

О нахождении величины первой тени

Пусть AB круг высоты с цент-
165 ром E, || его диаметр AEA, AB — дуга высоты. Проведем [линию] EBG; восставим перпендикуляр AG к AE. Опустим перпендикуляр BC также к AE [рис. 17]; AG — первая тень высоты AB. Я утверждаю, что она известна.



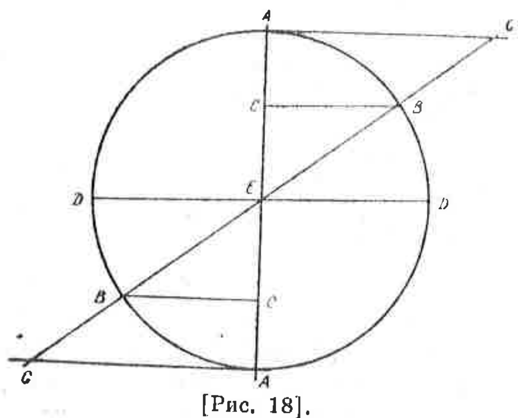
[Рис. 17].

Доказательство этого. GA и BC — перпендикуляры к AE, поэтому они параллельны и GA относится к AE как BC к CE. Но AE — полудиаметр, равный гномону в каких-нибудь предположенных нами частях. BC — синус дуги AB, а CE равна ее косинусу. Следовательно, AG известна. Это и есть то, что мы хотели доказать [23].

Глава XIV

О нахождении величины второй тени

Пусть AB — круг высоты с центром E, два его диаметра AEA и DED; зададимся дугой высоты BD. Проведем EBG; восставим перпендикуляр AG к AE и опустим перпендикуляр BC также к AE [рис. 18]; AG — вторая тень



[Рис. 18].

высоты DB. Я утверждаю, что она известна.

Доказательство этого. GA и BC перпендикулярны к AE, поэтому они параллельны и GA относится к AE как BC к CE; но AE — полудиаметр, равный гномону в каких-нибудь предположенных нами частях. BC — косинус высоты, а CE равен синусу высоты; следовательно, AE известна. Это и есть то, что мы хотели доказать [24].

ПРИМЕЧАНИЯ
к тригонометрическим главам «Книги приложений»

[1] «Книга приложений» (Китаб ал-лавахик) — приложение к комментариям аль-Фараби к «Алмагесту» (Шарх ал-Маджисти). «Алмагест» (ал-Маджисти) — арабское название классического астрономического сочинения александрийского ученого Клавдия Птоломея (II в. н. э.) «Математическое построение».

Этот труд сыграл исключительную роль в развитии тригонометрии в странах ислама. Впервые он был переведен на арабский язык еще в 828 г. и комментировался и

перерабатывался многими учеными средневекового Востока, в том числе ал-Ферганы (IX в.), Сабитом ибн Коррой (836—901), ал-Баттани (850—929), Абу-л-Вафой (940—998), ал-Бируни (973—1050), Насир ад-Дином ат-Туси (1201—1274) и др. Аль-Фараби был одним из первых комментаторов «Алмагеста».

Комментарии к «Алмагесту» и «Книга приложений» сохранились в единственной рукописи, хранящейся в Британском музее (Лондон № 7368). Название «Книга приложений» указано аль-Фараби в его предисловии к «Комментариям к «Алмагесту» (л. 1 об.).

«Книга приложений» (лл. 160—197 об.) состоит из 59 глав. Здесь публикуется перевод первых 14 глав, относящихся к тригонометрии, остальные 45 глав содержат материал по астрономии. В переводе приведена пагинация по лондонской рукописи. Краткое изложение содержания этих тригонометрических глав дано А. Кубесовым (А. Көбесов, Фарабидин, тригонометриясы. «Білім және еңбек», 1969, № 1).

[2] Отправным пунктом в разви-

тии тригонометрических понятий и методов в странах ислама служили индийские астрономические трактаты — сиддханты. Уже астрономический трактат ал-Хорезми (ок. 780 — ок. 850) содержал таблицы синусов, которые были заимствованы им у индийских астрономов. У греческих математиков роль синусов играли хорды углов. Кроме линии синуса, индийцы рассматривали линии косинуса и «стрелу» (синуса-версуса).

Индийцы называли хорды, а затем и полухорды, т. е. линии синуса, словом «джива» (тетива). Это же значение имеет и латинское слово chorda. Заметим, что и латинское слово arcus, обозначающее дугу, означает также лук, а линия, соединяющая середину хорды с серединой дуги, по латыни называется sagitta «стрела». Эти латинские термины являются переводом арабских слов «ватар» — «тетива, хорда», каус — «лук, дуга» и сахм — «стрела». Однако, переводя термины индийцев, арабские ученые оставили без перевода слово «джива», которое к этому времени стало обозначать у индийских ученых не полную хорду, а полухорду,

и транскрибировали его словом «джайб», дословно означающим «впадина, пазуха». Этот термин укоренился в научной литературе на арабском языке и был переведен средневековыми переводчиками латинским словом sinus, имеющим то же значение.

Косинус индийцы назвали котиджива, т. е. синус дополнения, по-арабски джайб тамам. Этот термин переведен в Европе выражением sinus complementi (синус дополнения) и впоследствии был сокращен в cosinus.

Здесь аль-Фараби дает определения хорды, линии синуса, линии косинуса и стрелы, причем соотношения между хордами и тригонометрическими линиями характеризуются параллельно. Он рассматривает линии синусов и косинусов в первой четверти, а хорды, как и Птоломей,— в верхней полуокружности.

В дальнейшем мы будем обозначать линии синуса и косинуса дуги α, $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, а хорду дуги α — $\mathrm{chd}\,\alpha$.

[3] Здесь аль-Фараби дает построение по хорде дуги α хорду дуги $180°-\alpha$.

[4] Здесь доказывается, что

$$\frac{\text{chd}\alpha}{2R} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{R}$$

откуда

$$\text{chd}\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (1)$$

С помощью этого соотношения всю тригонометрию хорд греков можно перевести на язык синусов и косинусов.

[5] Здесь указан способ вычисления хорды 90°. Доказывается, что chd $90° = R\sqrt{2}$, откуда в силу (1)

$$\sin 45° = \frac{\text{chd } 90°}{2} = \frac{R\sqrt{2}}{2}.$$

[6] Здесь геометрически доказывается, что

$$d^2 = (2R)^2 = 4R^2.$$

[7] Здесь указан способ вычисления хорды 120°: chd $120° = R\sqrt{3}$,

откуда в силу (1) $\sin 60° = \frac{\text{chd } 120°}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

[8] Здесь указан способ вычисления хорд 36 и 72°. Доказательство совпадает с доказательством Птоломея в 1 книге «Алмагеста» (Cl. Ptolemaus. Handbuch der Astronomie, übers. A. Manitins, т. I, Leipzig, 1963, s. 27).

Доказывается, что chd $72° = R \times \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$

$$\text{chd } 36^0 = R\frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

откуда в силу (1)

$$\sin 36^0 = \frac{\text{chd}72^0}{2} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$$

$$\sin 18^0 = \frac{\text{chd}36^0}{2} = \frac{R}{2}\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

[9] Это 6 предложение II книги «Начал» (Евклид. «Начала», т. I, стр. 67—68).

[10] Это известная теорема Птоломея, доказанная им в I книге «Алмагеста» (Cl. Ptolemaus. Handbuch der Astronomie, т. I, s. 28).

Доказательство аль-Фараби совпадает с доказательством Птоломея.

[11] Это предложение и его доказательство имеются в «Алмагесте» Птоломея (Cl. Ptolemaus. Handbuch der Astronomie, т. I, s. 29).

Доказанное здесь правило равносильно нашей формуле

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\sin\beta\times$$

$$\times\cos\alpha.$$

[12] Это предложение и его доказательство имеются в «Алмагесте» Птоломея (Cl. Ptolemaus. Handbuch der Astronomie, т. I, s. 30).

Доказанное правило равносильно нашей формуле:

$$\sin^2\frac{\alpha}{2}=1-\cos\alpha.$$

[13] Это предложение и его доказательство имеются в «Алмагесте» Птоломея (Cl. Ptolemaus. Handbuch der Astronomie, т. I, s. 32).

Доказанное правило равносильно нашей формуле:

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\sin\beta\cdot\cos\alpha.$$

[14] Это предложение и его доказательство имеются в «Алмагесте» Птоломея (Cl. Ptolemaus.

Handbuch der Astronomie, т. I, s. 33).

Здесь показано, что если $\alpha>\beta$, то

$$\frac{\text{chd}\,\alpha}{\text{chd}\,\beta}<\frac{\alpha}{\beta},$$

что равносильно тому, что если $\alpha>\beta$, то

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}<\frac{\alpha}{\beta}.$$

[15] Присоединение отношения — таркиб ан-нисба, переход от отношения $\frac{A}{B}$ к отношению $\frac{A+B}{B}$ и от пропорции $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ к пропорции $\frac{A+B}{B}=\frac{C+D}{D}$ определяется в 14 определении V книги «Начал» (Евклид. «Начала», т. I, стр. 144). Аналогичным образом и для неравенства отношений, например, от $\frac{A}{B}>\frac{C}{D}$, присоединение отношения приводит к $\frac{A+B}{B}>\frac{C+D}{D}$.

[16] Выделение отношения — тафсил ан-нисба, переход от отноше-

ния $\frac{A}{B}$ при $A>B$ к отношению $\frac{A-B}{B}$ и от пропорции $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ к пропорции $\frac{A-B}{B}=\frac{C-D}{D}$ определяется в 15 определении V книги «Начал» (Евклид, т. I, стр. 144). Аналогичным образом и для неравенств отношений, например, от $\frac{A}{B}>\frac{C}{D}$, выделение отношения приводит к $\frac{A-B}{B}$ $\frac{C-D}{D}$.

[17] Здесь аль-Фараби, следуя Птоломею, сначала находит хорду дуги разности 72°—60°=12°, а затем последовательно определяет хорды 6, 3, $1^1/_2$ и $^3/_4$°.

[18] Здесь аль-Фараби получает неравенства:

$$\text{chd}1^\circ : \text{chd}\,\frac{3^\circ}{4} < 1 : \frac{3}{4},$$

$$\text{chd}\,1^\circ < \frac{4}{3}\,\text{chd}\,\frac{3}{4} \approx 1^p 2'49''52''' \quad \text{и}$$

$$\text{chd}\frac{3^\circ}{2} : \text{chd}\,1^\circ < \frac{3}{2} : 1,$$

$$\text{chd}\,1^\circ > \frac{2}{3}\,\text{chd}\,\frac{3}{2} \approx 1^p 2'49''48'''.$$

Таким образом, по аль-Фараби, $1^p 2'49''48''' < \text{chd}1^\circ < 1^p 2'49''52'''$.

За приближенное значение хорды 1° аль-Фараби принимает

$$\text{chd}1^\circ \approx 1^p\, 2'49''50'''.$$

Хотя метод вычисления crd1° у аль-Фараби совпадает с методом Птоломея, аль-Фараби улучшает точности вычислений Птоломея, который за значение chd1° принял $1^p\, 2'50''$.

[19] Здесь аль-Фараби по значению $\text{chd}1^\circ \approx 1^p 2'49''50'''$ находит $\text{chd}179^\circ \approx 119^\circ 59'43''33'''$, откуда $\sin 1^\circ \approx 1^p 2'49''43'''$ и $\cos 1^\circ \approx \approx 59^p 59'27''30'''$.

[20] Здесь аль-Фараби имеет в виду вычисление хорд 2, 3, 4° и т. д. до 180° с помощью правила хорды суммы двух дуг, что равносильно вычислению синусов от $^1/_2$ до 90° через $^1/_2$°.

[21] Гномон (микйас) — измерительный шест, с помощью теней которого определялись линии тангенсов и котангенсов.

[22] Эта глава представляет большой интерес для предыстории учения о тригонометрических линиях. Здесь аль-Фараби, сохраняя

определение линий тангенса и котангенса с помощью гномона, в то же время одним из первых в истории тригонометрии определяет эти тригонометрические линии в круге. При этом в отличие от своих предшественников, считавших гномон равным 7 или 12 «пальцев», аль-Фараби считает его, как и радиус тригонометрического круга, равным 60 частям. Он тангенс и котангенс определяет как отрезки касательных к окружности, что касается терминов аль-Фараби, то он линии тангенса и котангенса, как и его предшественники, называет соответственно «обращенной тенью» (зилл макус) и плоской тенью (зилл мустав). Однако тут же аль-Фараби вводит методически более удобное название для этих линий: тангенс называется первой тенью, а котангенс — второй. Терминология аль-Фараби основана на функциональных свойствах вводимых линий (увеличение и уменьшение).

[23] Если обозначить величину первой тени, т. е. линии тангенса дуги α, через $\operatorname{tg}\alpha$, то доказанное здесь предложение может быть записано в виде:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{R} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

[24] Если обозначить величину второй тени, т. е. линии котангенса дуги α, через $\operatorname{ctg}\alpha$, то доказанное здесь предложение может быть записано в виде:

$$\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{R} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Отметим, что эти же правила позднее встречаются у Улугбека, который пишет: «Таким образом, если дана какая-нибудь дуга и я хочу узнать тень этой дуги, я делю ее синус на ее косинус и в частном имею первую тень; если же я, наоборот, делю косинус на синус, то получаю вторую тень — каждую из них в шестидесятых долях модуля» (Кары-Ниязов. Астрономическая школа Улугбека, 1950, стр. 155).

Книга духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур[1]

1 об. || Во имя Аллаха милостливого, милосердного. Бесконечная слава дарующему разум, бескрайняя похвала и благодарность ему, его молитва за Мухаммада и его род [2].

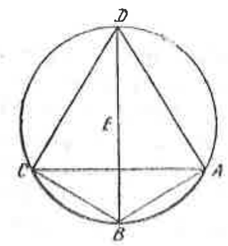
Так как совокупность наук многочисленна и искусства невозможно перечислить,— мы видели это раньше [когда] писали об этом [3],— а искусство геометрии нужно как для естественных наук, так и для философских вопросов, и я видел, что книги ученых наполнены несущественным, а большинство полезного оставлено без внимания,— поэтому я написал эту книгу, которая называется «Духовные искусные приемы и природные тайны о тонкостях геометрических фигур» [4]. Я привел это в порядок в десяти книгах. Слава Аллаху в начале и в конце.

О разделах центра[5]

Первая книга

Об определении центра круга[6]

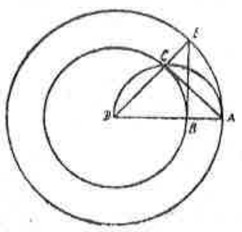
[I] Если говорящий сказал: как дополнить сегмент [до полного круга], то построим сегмент ABC, разделим его пополам в точке B, проведем линии AB и BC и построим при каждой из точек A и C на линиях AB и BC прямые углы, а именно BAD и BCD. Проведем BD и разделим ее пополам в точке E. Тогда точка E — центр дуги ABC[7]. Вот рисунок этого [рис. 19].



[Рис. 19].

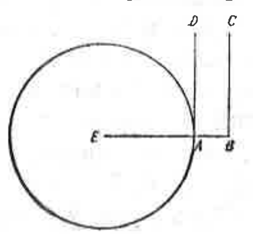
[II] Если он сказал: как провести из точки A касательную к кругу BC, центром которого является точка D, то проведем линию AD; она пересечет круг BC в точке B. Опишем из центра D на расстоянии DA круг AE. Построим при точке B прямой угол ABE и

проведем ED, пересекающую круг
2 об. BC в точке C. Соединим A и C. Тогда AC — касательная к кругу BC[8]. Вот рисунок этого [рис. 20].



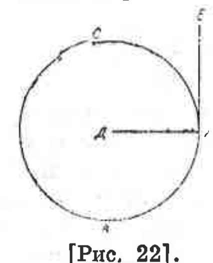
[Рис. 20].

[III] Если он сказал: как провести [касательную] по способу ремесленников, то поместим линейку на линию BC и откроем циркуль на некоторую величину; если одна из его ножек будет [двигаться] по линейке, тогда другая ножка пройдет через точку A и опишет [линию], параллельную линии BC[9]. Вот рисунок этого [рис. 21].



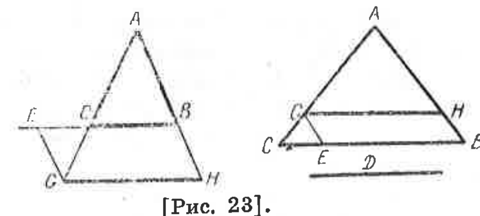
[Рис. 21].

[IV] Если он сказал: как провести касательную из точки *A* на окружности круга *ABC*, то соединим точку *A* с центром круга точкой *D*, т. е. соединим *A* и *D* [линией *AD*]. Построим при точке *A* на линии ‖ *AD* прямой угол *DAE*. Тогда линия *AE* — касательная к кругу *ABC* [10]. Вот рисунок этого [рис. 22].



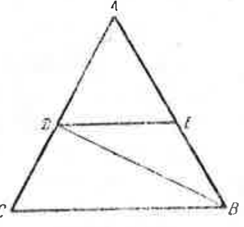
[Рис. 22].

[V] Если он сказал: как построить между линиями *AB* и *AC* треугольника *ABC* линию, параллельную *BC* и равную данной линию *D* [и если линия *BC* меньше линии *D*], то продолжим линию *BC* в ее направлении [до такой точки *E*, что *BE* равна *D*], а [если линия *BC* больше линии *D*], то отложим [на линию *BC*] линию *BE*, равную *D*. Проводим из точки *E* линию, параллельную линии *AB*. Она пересечет *AC* в точке *G*. Проведем из точки *G* линию, параллельную линии *BC*; это линия *GH*, пересекающаяся с *AB*. Тогда *GH* равна линии *D* [и параллельна линии *BC*] [11]. Вот рисунок этого [рис. 23].



[Рис. 23].

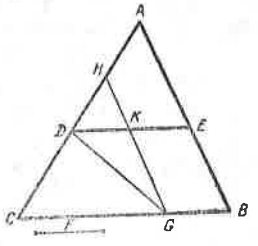
3 об. [VI] ‖ Если он сказал: как провести между линиями *AB* и *AC*, треугольника *ABC* линию, параллельную линии *BC*, например линию *DE*, равную отрезку, отсекаемому ею на линии *AB*, т. е. равную линии *EB*, то разделим угол *ABC* пополам линией *BD* и проведем из точки *D* линию *DE*, параллельную линии *BC*. Тогда линия *DE* равна линии *EB* [12]. Вот рисунок этого. [рис. 24].



[Рис. 24].

[VII] Если он сказал: как провести в треугольнике *ABC* линию, например линию *DE*, параллель-

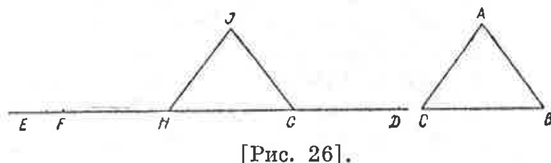
ную линии *BC* и равную линиям *BE* и *F*, то отложим на линии *BC* линию *BG*, равную линии *F*, проведем через точку *G* линию *GH*, параллельную *AB*, [проведем через точку *G* линию], делящую угол *HGC* пополам,— линию *GD* и проведем из точки *D* линию *DE*, па-
4 раллельную линии *BC*. ‖ Тогда линия *DE* параллельна линии *BC* и равна линиям *BE* и *F* [13]. Вот рисунок этого [рис. 25].



[Рис. 25].

[VIII] О построении треугольника, равного другому треугольнику. Если он сказал: как построить треугольник со сторонами, равными сторонам другого треугольника, [например *ABC*], то проведем прямую линию *DE* и отложим *DG*, равную линии *AB*, *GH*, равную линии *BC*, и *HF*, равную линии *CA*. Примем точку *G* за центр и на расстоянии *GD* опишем часть кру-

га, примем также точку *H* за центр и на расстоянии *HF* [опишем] часть круга. Первая часть пересечет [вторую] в [точке] *I*. Далее проведем линии *GI* и *IH*. Тогда в треугольнике *GIH* стороны равны сторонам треугольника *ABC* [14]. Вот рисунок этого [рис. 26].



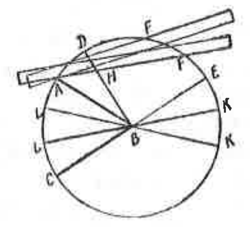
[Рис. 26].

4 об. [IX] ‖ О делении угла на три равные части. Если он сказал: как разделить угол *ABC* на три равные части, то, если угол прямой, построим на линии *BC* равносторонний треугольник *DBC*. Тогда угол *ABD* — треть прямого угла. Разделим угол *DBC* пополам [15]. Вот рисунок этого [рис. 27].

[Рис. 27].

[X] Если угол меньше прямого [угла], то примем точку *B* за центр и опишем на расстоянии *BA* круг *DAC*. Поставим *BD* на *BC* под прямым углом и продолжим *CB* [до пересечения с кругом] в [точке] *E*.

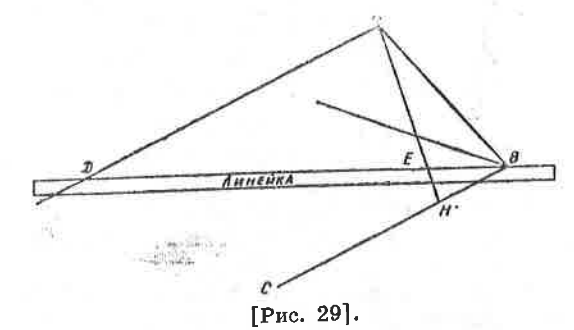
Приложим линейку к точке *A* и
будем двигать ее по окружности
круга *CDE* до тех пор, пока линия
HF, которая находится между пер-
пендикуляром *DB* и дугой *DE*, не
5 станет равной линии ‖*DB*, причем
линейка не сойдет с точки *A*. Да-
лее построим дугу *EK*, равную ду-
ге *EF*, проведем *KB* и продолжим
ее в направлении до точки *L*. Тог-
да угол *LBC* — треть угла *ABC*.
Далее разделим угол *ABL* попо-
лам [16]. Вот рисунок этого [рис. 28].



[Рис. 28].

[XI] Другой способ деления уг-
ла на три равные части. Построим
острый угол — угол *ABC* и, если
мы хотим разделить его на три
равные части, опустим из точки *A*
перпендикуляр *AH* [на линию *BC*
5 об. и проведем из точки] *A*‖ линию *AD*
параллельно *BC*. Приложим ли-
нейку к точке *B* и будем двигать
ее по линиям *AD* и *AH* до тех пор,

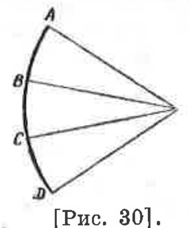
пока линия, которая находится между линиями *AD* и *AH*, не станет равной удвоенной линии *AB*. Это, например, линия *DEB*, так что линия *DE* — удвоенная линия *AB*. Тогда угол *DBC* треть угла *ABC* [17]. Вот рисунок этого [рис. 29].



[Рис. 29].

[XII] О делении дуги на три
равные части. Если он сказал: как
разделить дугу *ABD* на три рав-
ные части, то найдем центр кру-
га, на котором [расположена] эта
дуга. Пусть это точка *E*. Сое-
6 диним *A* и *E*, *E* и *D* ‖ и разделим
угол *AED* на три равные части ли-
ниями *EB* и *EC*, пересекающими
дугу *ABCD* в точках *B* и *C*. Тогда
дуга *ABC[D]* будет разделена на
три равные части — дуги *AB*, *BC*
и *CD* [18]. Вот рисунок этого [рис. 30].

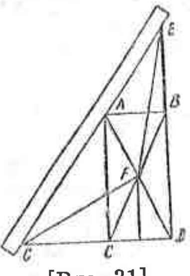
[XIII] О построении дома или шара, равных удвоенному другому дому или шару или [взятых] в других отношениях. Если он сказал: как построить квадратный дом с равными длиной, шириной и высотой, являющийся удвоенным другим квадратным домом, или каким образом построить



[Рис. 30].

шар, являющийся удвоенным другим шаром, или разделить пополам или взять в других отношениях, то построим линию AB [равную] длине дома и диаметру шара, построим линию AC, равную удвоенной линии AB под прямым углом, и дополним плоскую фигуру $DABC$. Проведем диагонали AD и BC, они разделятся пополам в точке F, продол-
6 об. жим линии DC и DB|| в их направлении. Установим край линейки на точку A и будем двигать ее по линиям GC и EB до тех пор, пока [она не пересечет их в таких точках E и G, что] линии GF и FE будут равны. Тогда длина дома или диаметр шара есть линия BE[19]. Вот рисунок этого [рис. 31].

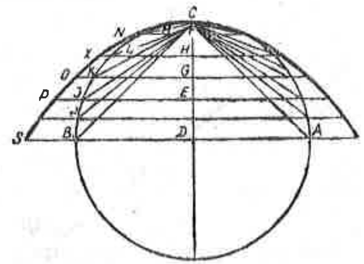
[XIV] О построении зажигательного зеркала. Если мы хотим по-



[Рис. 31].

строить зеркало, которое зажигает при помощи солнечных лучей предмет на некотором расстоянии, то построим сначала лекало, определяющее зеркало. Для этого прове-
7 дем круг, || полудиаметр его равен величине расстояния, на котором мы хотим зажечь «предмет». Пусть это круг ABC. Проведем его диаметр ADC. Отложим на линии DC от точки C несколько равных отрезков. Чем эти отрезки меньше, тем будет лучше и точнее лекало. Пусть это — отрезки CF, FH, HG, GE и ED. Проведем через точки D, E, G, H и F линии под прямым углом [к CD] и продолжим их в обе стороны до точек B, I, K, L и M. Соединим C и B, C и I, C и K, C и L, C и M. Построим линию

FN, равную линии *CM*, линию *HX*, равную линии *CL*, линию *GO*, равную линии *CK*, линию *EP*, равную линии *CI*, и линию *DS*, равную линии *CB*. Соединим точки *C*, *N*, *X*, *O*, *P* и *S* и выполним лекало по этой линии. Затем изготовим зеркало из металла, например, из железа, бронзы, меди или цинка, и, если возможно, отполируем его до блеска. Если зеркало получилось
7об. кривое, исправим его ‖ по лекалу, наложив лекало на зеркало таким образом, чтобы точка *C* совпала с серединой лекала, и добьемся того, чтобы зеркало совпало с лекалом. Тогда мы получим зажигательное зеркало с большой зажигательной силой [20]. Вот рисунок этого [рис. 32].

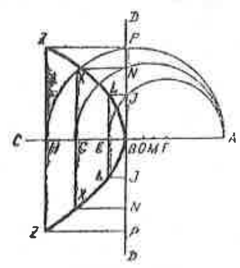


[Рис. 32].

[XV] Второй способ построения лекала для зажигательного зерка-

ла. Если мы хотим построить это, то возьмем произвольное расстояние, пусть его половина — линия *AB*, и продолжим ее в ее направлении до точки *C*. Восставим в точке *B* линию *DB*, перпендикулярную
8 к *BC* в ‖ обе стороны, и отложим на линии *BC* равные малые линии — линии *BE*, *EG*, *GH* и *HC*. Разделим *AE* пополам в точке *F* и из центра *F* на расстоянии *FA* опишем круг. Он пересечет линию *BD* в точках *I*. Проведем из точек *I* линии *IL*, параллельные линии *AC*, из точки *E* — линию, параллельную линии *BD*, до точек *L*. Затем разделим линию *AG* пополам в точке *M* и из центра *M* на расстоянии *MA* опишем круг. Он пересечет линию *BD* в точках *N*. Проведем из точек *N* линии *NX*, параллельные линии *AC*, до точек *X*. Затем разделим линию *AH* пополам в точке *O* и из центра *O* на расстоянии *OA* опишем круг. Он пересечет *BD* в точках *P*. Проведем из точек *P* линии, параллельные *BC*, до точек *Z*. Соединим точки *B*, *L*, *X* и *Z* ли-
8 об. нией, ‖ и получаем лекало. Если мы проверяем лекало, мы поместим его в точку *B* в середину зеркала. Таким образом, мы получим зажи-

гательное зеркало с большой зажигательной силой [21]. Вот рисунок этого [рис. 33].

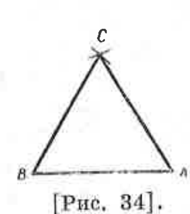


[Рис. 33].

Вторая книга

О построении равносторонних фигур

[I] О построении треугольника. Если он сказал: как построить на линии AB равносторонний треугольник, то из каждой из точек A и B как из центров опишем на расстоянии AB круги. Они пересекутся в точке C. Соединим точку C с точками A и B прямыми линиями CA и CB. Получится равносторонний треугольник ABC [22]. Вот рисунок этого [рис. 34].



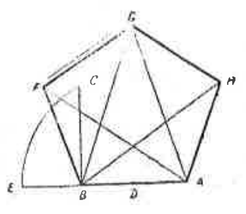
[Рис. 34].

9 ‖ [II] О построении квадрата. Если он сказал: как построить на линии AB равносторонний [и равноугольный] четырехугольник, то восставим в каждой из точек A и B перпендикуляры, равные линии AB; это — линии AC и BD. Соединив C и D, получим равносторонний [и равноугольный] четырехугольник $ABCD$ [23]. Вот рисунок этого [рис. 35].

[Рис. 35].

[III] О построении пятиугольника. Если он сказал: как построить на линии AB равносторонний пятиугольник, то восставим в точке B перпендикуляр BC, равный линии AB. Разделим [линию] AB пополам в точке D, опишем из точки D как из центра на расстоянии DC дугу CE, продолжим линию AB до точки E. Затем из каждой из точек A и B как из центров опишем на расстоянии AE дуги. Они пересе-
9 об. кутся в ‖ точке G. Проведем линии AG и BG. Получим треугольник ABG — треугольник пятиугольника. В нем нуждаются при многих построениях. Затем из точек A и G как из центров на расстоянии

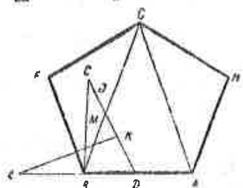
AB опишем дуги; они пересекутся в точке *H*. Затем так же из точек *B* и *G* как из центров опишем дуги, пересекающиеся в точке *F*. Проведя линии *AH*, *HG*, *GF* и *FB*, получим равносторонний и равноугольный пятиугольник *ABFGH* [24]. Вот рисунок этого [рис. 36].



[Рис. 36].

[IV) Если он сказал: как построить на линии *AB* равносторонний пятиугольник, имея [только] раствор циркуля, равный линии *AB*, так, чтобы его положение не изменялось, то восставим на линии *AB* линию *BC*, перпендикулярную к ней и равную линии *AB*. Разделим линию *AB* пополам в точке *D*, соединим с *C* и из точки *D* как из центра на расстоянии *AB* на линии *DC* отметим [точку] *I*, разделим *DI* пополам в точке *K* и восставим в точке *K* перпендикуляр *KE*, пересекающий линию *AB* в

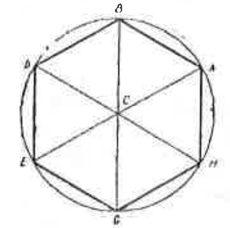
10 точке || *E*. Далее из каждой из точек *A* и *E* как из центров на расстоянии *AB* опишем дуги, которые пересекутся в точке *M*. Проведем *BM* и продолжим ее в ее направлении до *G* и сделаем *MG* равной линии *AB*. Соединим *A* и *G*. Примем точки *A* и *G* за центры и на расстоянии *AB* отметим точку *H*. Примем точки *B* и *G* за центры и на расстоянии *AB* отметим [точку] *F*. Проведем линии *AH*, *HG*, *GF* и *FB*. Получится равносторонний пятиугольник *ABFGH* [25]. Вот рисунок этого [рис. 37].



[Рис. 37].

[V] О построении шестиугольника. Если он сказал: как построить равносторонний и [равноугольный] шестиугольник на линии *AB*, то построим для этого равносторонний треугольник *ABC*. Продолжим линии *AC* и *BC* в их направлении до точек *E* и *G*. Построим на *BC* еще один равносторонний тре-

10 об. угольник *BCD*. || Продолжим линию *DC* в ее направлении до точки *H*, сделаем линии *CE*, *CG* и *CH* равными линии *CA* и проведем линии *DE*, *EG*, *GH* и *HA*. Получится равносторонний и равноугольный шестиугольник *ABDEGH*[26]. Вот рисунок этого [рис. 38].



[Рис. 38].

[VI] О построении семиугольника. Если он сказал: как построить на линии *AB* равносторонний семиугольник, то сделаем линию *BC* равной линии *AB*, построим на линии *AC* равносторонний треугольник *DAC* и опишем около треугольника *ADC* круг, как показано в пятой главе. Проведем в нем хорду — линию *AE*, равную линии *AB*, и разделим *AE* пополам в точке *G*, восставим перпендикуляр *GH* и продолжим его до окружности круга. Разделим *AB* пополам в точке *F*, восставим в ней

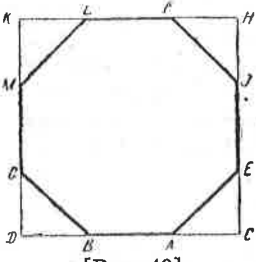
перпендикуляр *FI*, равный перпендикуляру *GH*. Проведем через точки *A*, *B* и *I* круг *ABI* и отложим
11 [на нем] дуги || *AK*, *KL*, *LI*, *IM*, *MN* и *NB*, равные дуге *AB*. Проведем линии *AK*, *KL*, *LI*, *IM*, *MN* и *NB*; это — равносторонний и равноугольный семиугольник[27]. Вот рисунок этого [рис. 39].

[Рис. 39].

[VII] О построении восьмиугольника. Если он сказал: как построить равносторонний восьмиугольник на линии *AB*, то продолжим *AB* в ее направлении до точек *C* и *D* и построим при каждой из точек *A* и *B* углы *EAC* и *GBD*, [равные] половине прямого. Сделаем каждую из линий *AE* и *BG* равной линии *AB*, опустим из каждой точки *E* и *G* перпендикуляры *EC* и *GD* на линию *DC* и дополним квадрат *CHKD*. Сделаем каждую
11 об. из линий *HI*, *HF*, *KL* и *KM* || равной линии *CE* и соединим *I* и *F*, *L* и *M*. Получится равносторонний восьмиугольник *ABGMLFIE*[28]. Вот рисунок этого [рис. 40].

[VIII] Если он сказал: как построить на линии *AB* равносторон-

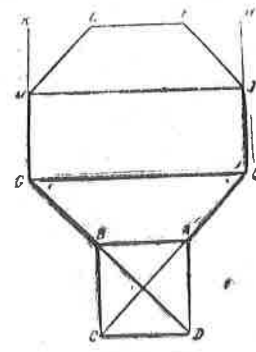
ний восьмиугольник, имея [только] раствор циркуля, равный линии



[Рис. 40].

AB, так, чтобы его положение не изменялось, то построим на линии *AB* равносторонний и равноугольный четырехугольник *ABCD*, проведем линии *CA* и *BD* и продолжим их в их направлении до точек *E* и *G*. Сделаем каждую из линий *AE* и *BG* равной линии *AB*, соединим *EG*, восставим к линии *EG* перпендикуляры [*EI* и *GM*], равные линии *AB*, и [соединим *M* и *I*]. Продолжим каждую из линий *EI* и *GM* в их направлении до точек *K* и *H* и разделим каждый из углов *IMK* и *MIH* пополам линиями *ML*
12 *F*. Сделаем || каждую из линий *ML*
и *IF* равной линии *AB* и соединим *FL*. Получится равносторонний и равноугольный восьмиугольник *ABGMLFIE* [29]. Вот рисунок этого [рис. 41].

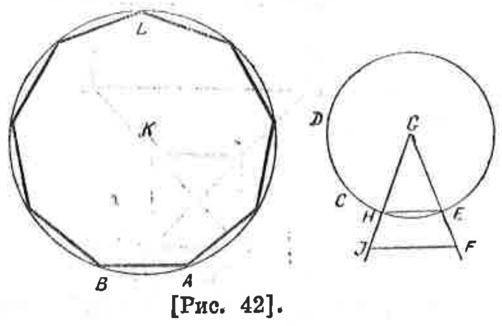
[IX] О построении девятиугольника. Если он сказал: как построить на линии *AB* равносторонний и равноугольный девятиуголь-



[Рис. 41].

ник, то опишем круг *CDE* произвольного размера с центром в точке *G*, отметим на нем точку *C*, примем ее за центр и на расстоянии полудиаметра круга отметим [точки] *E* и *D*. Разделим дугу *DE* на три равные части. Пусть одна такая дуга — *EH*. Проведем линии *EG*, *EH* и *HG*, между линиями *EG*
12 об. и *HG* — линию *FI*, равную || линии
AB и параллельную линии *EH*. Примем точки *A* и *B* за центры и на расстоянии *FG* опишем круги, которые пересекутся в точке *K*. Примем точку *K* за центр и на рас-

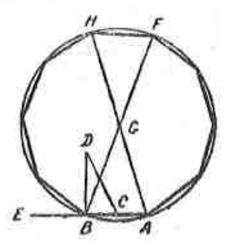
стоянии *KA* [опишем] круг *ABL*. Разделим дугу *ALB* на восемь равных частей и соединим эти [точки деления] хордами. Получится равносторонний и равноугольный девятиугольник на линии *AB*[30]. Вот рисунок этого [рис. 42].



[Рис. 42].

[X] О построении десятиугольника. Если он сказал: как построить на линии *AB* десятиугольник, то
13 ник, то || разделим линию *AB* пополам в точке *C*, восставим перпендикуляр *BD* в точке *B*, равный линии *AB*, примем точку *C* за центр и на расстоянии *CD* отметим *E* на линии *AB*. Далее из каждой из точек *A* и *B* как из центров на расстоянии *AE* опишем две дуги, пересекающиеся в точке *G*. Примем точку *G* за центр круга, в который [вписан] десятиугольник,

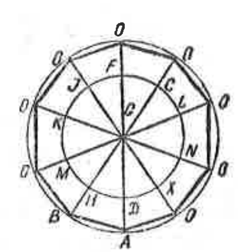
сторона которого — линия *AB*. Поэтому если мы опишем с центром *G* на расстоянии *AG* круг *ABHF*, продолжим линии *AG* и *GB* в их направлении [до окружности круга] до точек *F* и *H*, разделим каждую из дуг *AH* и *BF* на четыре равные части и соединим точки деления хордами, тогда получим равносторонний и равноугольный десятиугольник[31]. Вот рисунок этого [рис. 43].



[Рис. 43].

[XI] Если он сказал: как построить на линии *AB* десятиугольник с равными сторонами и углами, имея [только] раствор циркуля,
13 об. [равный] линии *AB*, то построим || на ней [треугольник] пятиугольника, как показано выше в четвертом предложении. Пусть точка *G* — [вершина] угла, противолежащего линии *AB*. Соединим линиями *A* и

G, *B* и *G*. Примем точку *G* за центр и на расстоянии *AB* опишем круг *CDFH*. Продолжим линии *AG*, *BG* в их направлении до окружности круга [до точек *F* и *C*]. Разделим каждую из дуг *HF* и *DC* [на четыре] равные [части, получим] части *FI*, *IK*, *KM*, *MH*, *CL*, *LN*, *NX*, *XD*, проведем линии *GF*, *GI*, *GK*, *GM*, [*GL*], *GN*, *GX*, *GD*, [*GC*], *GH* и прибавим на каждой из этих линий, выходящих из центра, начиная от круга *CDH*, линии, равные линии *AD*. Это — линии, на концах которых *O*. Соединим их прямыми ли-



[Рис. 44].

ниями между собой и точками *A* и *B*. Получится равносторонний и равноугольный десятиугольник *ABO* [32]. Вот рисунок этого [рис. 44].

Третья книга

14 ‖ **О построении фигур, вписанных в круги**

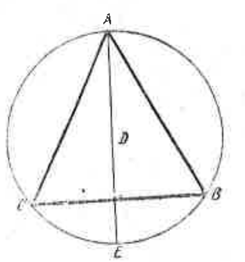
Знай, что ремесленники строят фигуры, вписанные в окружности и описанные около них, путем деления окружностей на сколько угодно [равных] частей. Например, для построения пятиугольника, вписанного в круг, делят его на пять равных частей, соединяют места деления и проводят из мест деления линии, касающиеся круга, и, таким образом, строят вписанный в круг пятиугольник с равными сторонами и углами и [такой же пятиугольник], описанный около него. Это построение несложно для шестиугольника даже для неумелых ремесленников. При хорошем искусстве ремесленник ударяет, вращая парой чеканов, соединенных на [расстоянии, равном] величине стороны пятиугольника, шестиугольника, десятиугольника и других фигур, в соответствии с тем, что мы доказали в этой главе. Тот, кто производит деление, раздвигая и сдвигая циркуль
14 об много раз, ‖ достигает желаемого только с большим трудом и лишь приближенно. Если же поступать так, как мы указали, следуя при

определении сторон этих фигур по пути известного искусства, для которого известны геометрические доказательства, то знай, что если ты построишь одну из этих фигур, вписанную в круг, и твое построение этой фигуры будет правильно, то, если ты проведешь из мест деления линии, касающиеся круга, на чертеже получится фигура, описанная около него. Что касается кругов, описанных около фигур и вписанных в фигуры, то они различны, а о каждом из них в этой книге доказано, как его нужно строить [33].

[I] Построение треугольника, вписанного в круг. Если мы хотим построить вписанный в круг треугольник с равными сторонами, то построим круг *ABC* с центром в точке *D*, проведем в нем диаметр *ADE*, примем точку *E* за центр и на расстоянии *ED* отметим точки *B* и *C*, проведем линии *AB*, *AC* и *BC*. Тогда получим равносторонний треугольник *ABC* [34]. Вот рисунок этого [рис. 45].

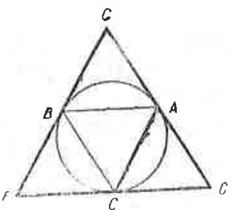
[II] Построение треугольника, описанного около круга. ‖ Если мы хотим описать около круга *ABC* равносторонний треугольник, то

впишем в него равносторонний треугольник *ABC*, проведем из



[Рис. 45].

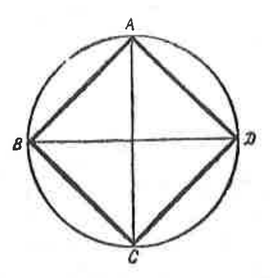
каждой из точек *A*, *B* и *C* касательные линии до встречи в точках *G*, *H* и *F*. Тогда получим равносторонний треугольник *HGF* [35]. Вот рисунок этого [рис. 46].



[Рис. 46].

[III] Построение квадрата, вписанного в круг. Если он сказал: как вписать в круг равносторонний и равноугольный четырехугольник, то построим круг *AB*[*C*]*D*, проведем

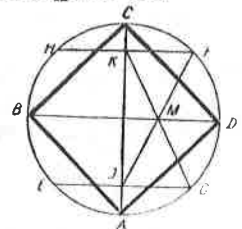
в нем диаметры *AC* и *BD*, пересекающиеся под прямым углом, проведем линии *AB, BC, CD* и *DA*. Тогда получим равносторонний и равноугольный четырехугольник *ABCD* [36]. [Вот рисунок этого] [рис. 47].



[Рис. 47].

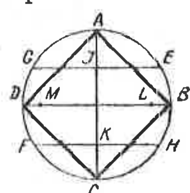
[IV] Если он сказал: как вписать в круг равносторонний и равноугольный четырехугольник,
15 об. имея раствор циркуля, равный ||
полудиаметру круга *ABCD*, то проведем диаметр *AC*. Примем точку *A* за центр и раствором циркуля [отметим] точки *E* и *G*, соединим *E* и *G*. Примем точку *C* за центр и на расстоянии *AE* отметим *H* и *F*, соединим *H* и *F*. Проведем линии *KG* и *IF*, они пересекутся в точке *M*. Соединим точки *M* и центр и

продолжим эту линию в ее направлении до точек *B* и *D*. Проведем линии *AB, BC, CD, DA*. Получится равносторонний и равноугольный четырехугольник ABCD [37]. Вот рисунок этого [рис. 48].



[Рис. 48].

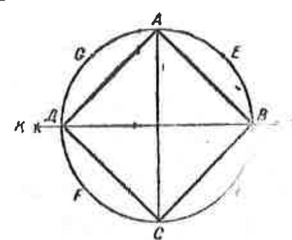
[V] Если угодно, примем точки *A* и *C* за центры и [тем же] раствором циркуля отметим [точки] *E, G, H* и *F*. Проведем линии *EG* и *HF*, пересекающие линию *AC* в точках *I* и *K*. С центрами в этих точках и на расстоянии [раствора циркуля опишем] два круга, пересекающиеся в точках *L* и *M*. Соединим меж-
16 ду собой *L* и *M*, ||
продолжим [*LM*] до точек *B* и *D*. Проведем линии *AB, BC, CD* и *DA*. Получим равносторонний [и равноугольный четырех-



[Рис. 49].

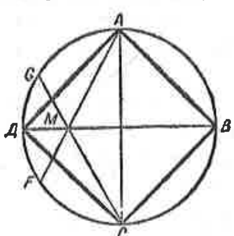
угольник *ABCD*]. Вот рисунок этого [рис. 49].

[VI] Если угодно, примем точки *E, G, H* и *F* за центры и опишем круги, пересекающиеся в точках *I* и *K*. Проведем линию *IK*, она пересечет круг в точках *B* и *D*. Проведем линии *AB, BC, CD* и *DA*. Тогда получим равносторонний [и равноугольный четырехугольник *ABCD*]. Вот рисунок этого [рис. 50].



[Рис. 50].

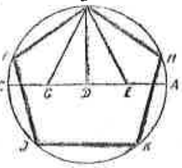
[VII] Если угодно, соединим точки *A, F* и *C, G*. Линии, соединяю-



[Рис. 51].

щие точки *A, F* и *C, G*, пересекаются в точке *M*. Соединим ее с центром, продолжим эту линию до точек *B* и *D*. Вот рисунок этого [рис. 51].

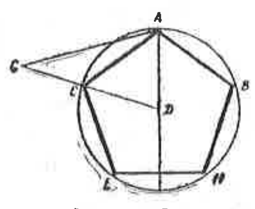
[VIII] Построение пятиугольника, вписанного в круг. Если он сказал: как построить вписанный в круг *ABCD* [пятиугольник] с равными сторонами [и углами], то примем за центр точку *D*, прове-
16 об. дем [диаметр] *ADC*, || восставим в точке *D* перпендикуляр *DB*, разделим *AD* пополам в точке *E*, примем точку *E* за центр и на расстоянии *EB* отметим точку *G*, примем точку *B* за центр и на расстоянии *BG* отметим точку *F*. Тогда получим дугу *BF* — одну пятую круга. Построим дуги *IF, IK, KH* и *HB*, равные дуге *BF*, проведем линии *FB, BH, HK, KI, IF*, тогда получим равносторонний [и равноугольный] пятиугольник *BFIKH* [38]. Вот рисунок этого [рис. 52].



[Рис. 52].

[IX] Если он сказал: как построить вписанный в круг *ABC* равносторонний [и равноугольный] пятиугольник раствором циркуля,

равным полудиаметру, и [если] центр круга — *D*, то построим на линии *DA* треугольник, который строился при построении пятиугольника на линии *AB*. Пусть это — треугольник *ADG*, он пересекает круг *ABC* в точке *C*. Разделим дугу *ABC* на четыре равные части в точках *B*, *H*, *E* и *C*, проведем линии *AC*, *CE*, *EH*, *HB* и *BA*. Тогда получим пятиугольник с
17 равными сторонами [и углами] || *ACEHBA*[39]. Вот рисунок этого [рис. 53]

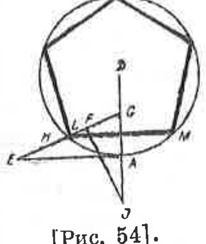


[Рис. 53].

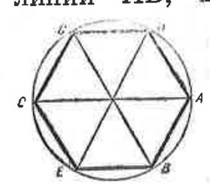
[X] Другой способ построения пятиугольника, вписанного в круг. Восставим к линии *DA* перпендикуляр *AE*, равный линии *DA*, разделим линию *DA* пополам в точке *G*, проведем *GE*, отложим линию *GH*, равную линии *AD*, разделим ее пополам в точке *F*, восставим перпендикуляр *FI*, пересекающий

DA в точке *I*. Примем точку *I* за центр и на расстоянии *DA* отметим *M* и *L*. Тогда дуга *ML* — одна пятая круга. Вот рисунок этого [рис. 54].

[XI] Построение шестиугольника, вписанного в круг. Если он сказал: как вписать в круг равносторонний [и равноугольный] шестиугольник, то прове-
17 об. дем || диаметр *AC*, из каждой из точек *A* и *C* как из центров на расстоянии полудиаметра отметим *B* и *H*, *E* и *G*. Проведем линии *AB*, *BE*, *EC*, *CG*, *GH* и *HA*. Получим равносторонний [и равноугольный] шестиугольник *ABECGH*[40]. Вот рисунок этого [рис. 55].



[Рис. 54].



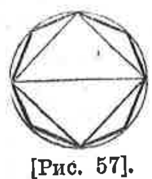
[Рис. 55].

[XII] Построение семиугольника, вписанного в круг. Если он сказал: как построить вписанный в круг *ABC* равносторонний [и равноугольный] семиугольник, то проведем диаметр *ADC*, примем точку *A* за центр и на рас-

стоянии *AD*, т. е. полудиаметра, отметим *B* и *E*, проведем *BE*, она пересечет линию *AC* в точке *G*. Примем точку *B* за центр и на расстоянии *BG* отметим [точку] *H*. Тогда дуга *BH* — одна седьмая круга приближенно, а не точно. Поэтому если разделить круг *ABCE* на части, равные дуге *BH*, соединить между собой места деления, то получим равносторонний [и равно-
18 угольный] семиугольник ‖ *FBHIKLM* [41]. Вот рисунок этого [рис. 56].

[Рис. 56].

[XIII] Построение восьмиугольника, вписанного в круг. Если он сказал: как вписать в круг равносторонний [и равноугольный] восьмиугольник, то построим в нем равносторонний и равноугольный четырехугольник, разделим каждую дугу пополам и соединим места деления прямыми линиями с новыми [точками]. Получится равносторонний [и равноугольный]

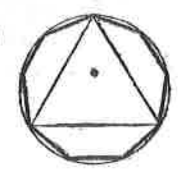


[Рис. 57].

восьмиугольник. Вот рисунок этого [рис. 57].

[XIV] Построение девятиугольника, вписанного в круг. Если он сказал: как вписать в круг [равносторонний и равноугольный] девятиугольник, то впишем в круг равносторонний треугольник, разделим каждую дугу на три равные части и соединим места деления прямыми линиями. Получим равносторонний [и равноугольный] девятиугольник. Вот рисунок этого [рис. 58].

18 об. [XV] ‖ Построение десятиугольника, вписанного в круг. Если он сказал: как вписать в круг десятиугольник, то если угодно, впишем в него пятиугольник, разделим каждую из дуг пополам [и соединим линиями точки деления], получится вписанный десятиугольник. Если угодно — впишем пятиугольник подобно построенному ранее, а затем как раньше [построим] линию *DG*. Это хорда десятиуголь-



[Рис. 58].

[Рис. 59].

ника. Разделим круг на части, равные линии *DG*, и соединим между собой прямыми линиями места деления. Получится вписанный в круг равносторонний [и равноугольный] десятиугольник [42]. Вот рисунок этого [рис. 59].

Четвертая книга

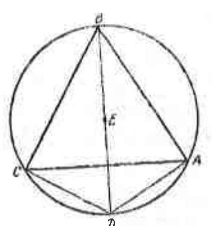
О построении круга, описанного около фигуры

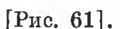
[I] Если он сказал: как описать около треугольника *ABC* круг или как провести круг через три раз-
19 личные || точки, не лежащие на одной линии, то эти два вопроса имеют один и тот же смысл. Примем точки *A* и *B* за два центра и построим два круга, пересекающиеся в точках *D* и *E*. Проведем линию *DE*. Далее из точек *A* и *C*, как из точек *A* и *B*, опишем два круга, пересекающиеся в точках *G* и *H*, проведем линию *GH*. [Линия *GH*] пересекает линию *DE* в точке *F*. Тогда получим точку *F* — центр круга, проходящего через точки *A*, *B* и *C* [43]. Вот рисунок этого [рис. 60].

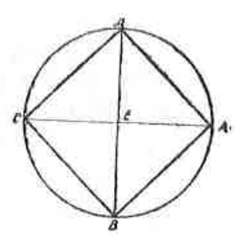
[Рис. 60].

[II] Второй способ построения круга, описанного около треугольника. Восставим из точек *A* и *C* к линиям *AB* и *BC* перпендикуляры *AD* и *DC*; они пересекаются в точке *D*; проведем *BD* и разделим ее пополам в точке *E*; тогда точка *E* — центр искомого круга, проходящего через точки *A*, *B* и *C*. Вот рисунок этого [рис. 61].

19 об. [III] || О построении круга, описанного около квадрата. Если он сказал: как описать около квадрата *ABCD* круг, то проведем диагонали *AC* и *BD*, пересекающиеся в точке *E*. Получим *E* — центр круга, проходящего через точки *A*, *B*, *C* и *D* [44]. Вот рисунок этого [рис. 62].



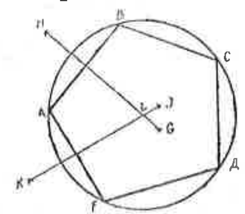

[Рис. 61].



[Рис. 62].

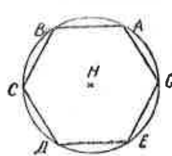
[IV] О построении круга, описанного около пятиугольника. Если он сказал: как описать около пятиугольника *ABCDE* круг, то при-

мем точки A и B за центры двух произвольных кругов, пересекающихся в точках G и H, проведем линию GH. Далее примем также точки A и E за центры произвольных кругов, пересекающихся в точках I и K. Проведем [линию] IK, пересекающую линию HG в точке L. Тогда точка L — центр круга,
20 || проходящего через точки A, B, C, D и E [45]. Вот рисунок этого [рис. 63].



[Рис. 63].

[V] О построении круга, описанного около шестиугольника. Если он сказал: как описать около шестиугольника $ABCDEG$ круг, то опишем из каждой из точек A и B как из центров на расстоянии AB два круга, пересекающиеся в точке H. Тогда точка H — центр круга, проходящего через точки A, B, C, D, E, G [46]. Вот рисунок этого [рис. 64].



[Рис. 64].

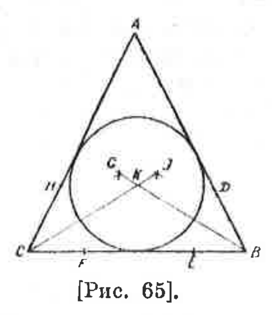
[VI] Если дана [равносторонняя] фигура с большим числом сторон и углов, то, чтобы описать около нее круг подобно описанному около пятиугольника, разделим стороны пополам, проведем перпендикуляры. Это построение не отличается от построения круга,
20 об. описанного || около пятиугольника [для фигуры] с большим или меньшим числом сторон.

Пятая книга

О построении круга, вписанного в фигуры

[I] Если он сказал: как построить вписанный в треугольник ABC круг, то примем точку B за центр и отметим на линиях AB и BC [точки] D и E. Из каждой из этих [точек] как из центров [построим] два произвольных круга, пересекающихся в точке G, проведем линию BG. Далее примем точку C за центр и отметим на линиях AC, CB [точки] H и F; из точек H и F как из центров [построим] два произвольных круга, пересекающихся в точке I, соединим I с C. Линия CI пересекает линию BG в точке

К. Получим точку *К* — центр круга, вписанного в треугольник ABC[47]. Вот рисунок этого [рис. 65].



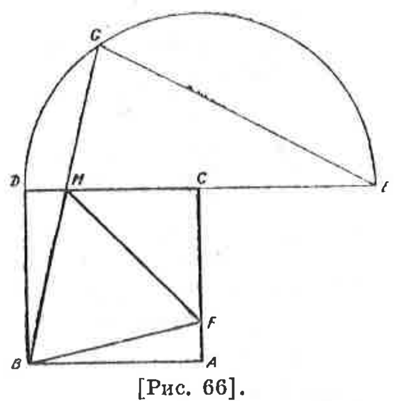
[Рис. 65].

21 [II] Таким же ‖ образом можно вписать круг и в другие равносторонние и равноугольные фигуры: разделим два ее угла пополам. Пересечение линий дает центр круга, вписанного в треугольник [четырехугольник, пятиугольник и т. д.].

Шестая книга

О построении некоторых фигур, вписанных в некоторые другие фигуры

[I] Построение треугольника, вписанного в равносторонний четырехугольник. Если он сказал: как построить равносторонний треугольник, вписанный в равносторонний четырехугольник, то построим квадрат *ABCD*, продолжим линию *DC* до точки *E* и сделаем *CE* равной *CD*. Построим на линии *ED* полукруг, примем точку *D* за

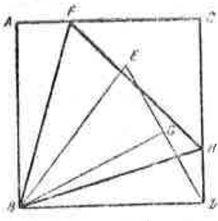


[Рис. 66].

центр и на расстоянии *DC* отметим [точку] *G*. Далее примем точку *E* за центр и на расстоянии *EG* отметим *H*, построим *AF*, равную *DH*, соединим *B* с *F*, *B* с *H*, *F* с *H*. Получим равносторонний треугольник *BFH*, вписанный в квадрат *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 66].

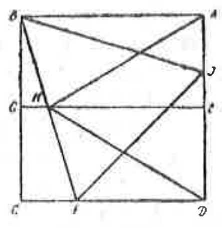
21 об. [II] ‖ Второй способ построения треугольника, вписанного в квадрат. Если угодно, построим на [линии] *BD* равносторонний треугольник *BDE*, разделим угол *EBD* попо-

лам линией *BG*, разделим также угол *GBD* пополам линией *BH*, сделаем линию *AF* равной линии *DH*, проведем линии *BH*, *BF* и *FH*, получим равносторонний [и равноугольный] треугольник *BFH*, вписанный в квадрат *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 67].



[Рис. 67].

[III] Третий способ построения треугольника, вписанного в квадрат. Если угодно, разделим каж-

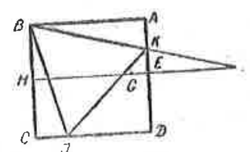


[Рис. 68].

дую из линий *AD* и *BC* пополам в точках *E* и *G*, соединим *EG*, при-
22 мем || точку *A* за центр и на рас-

стоянии *AB* опишем дугу *BH*. Отложим линии *CF* и *AI*, равные [удвоенной линии] *GH*. Проведем линии *BI*, *BF* и *FI*; получится равносторонний треугольник *BFI*, вписанный в квадрат *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 68].

[IV] Четвертый способ построения треугольника, вписанного в квадрат. Начертив квадрат, разделим каждую из линий *AD* и *BC* пополам в точках *E* и *H*, соединим *EH*, примем *B* за центр и на расстоянии *BC* отметим [точку] *G*, продолжим *EH* в ее направлении до точки *F* так, чтобы *GF* была равна *GH*, соединим *BF*, она пересе-



[Рис. 69].

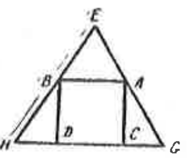
чет *AD* в [точке] *K*. Сделаем *CI* равной *AK*, проведем линии *BK*, *BI* и *IK*. Получим равносторонний треугольник *BKI*, вписанный в квадрат *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 69].

22 об. [V] || Пятый способ построения треугольника, вписанного в квадрат. Если мы хотим построить это,

опишем около квадрата *ABCD* круг, его центр *E*, проведем диаметр *BD*, примем точку *D* за центр и на расстоянии *DE* отметим [точки] *H* и *G*, проведем линии *BG* и *BH*, пересекающие линии *AD* и *DC* в точках *F* и *I*, и соединим *FI*. Получим равносторонний треугольник *BFI*, вписанный в квадрат *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 70].

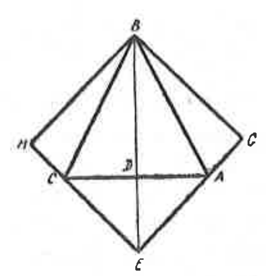
[Рис. 70].

[VI] О построении треугольника, описанного около квадрата. Если он сказал: как построить равносторонний треугольник, описанный около квадрата *ABCD*, то построим на [линии] *AB* равносторонний треугольник *ABE*, продолжим линии *EA*, *EB* в их направлении, продолжим также линию *CD* в ее направлениях до пересечения [с продолжением *EA*, *EB*] в точках *G* и *H*. Тогда получим равносторонний треугольник *EGH*, описанный около квадрата *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 71].



[Рис. 71].

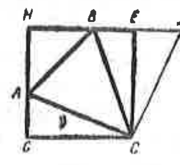
23 [VII] ‖ О построении квадрата, описанного около треугольника. Если он сказал: как построить равносторонний и равноугольный четырехугольник, описанный около равностороннего треугольника, то построим [равносторонний] треугольник *ABC*, разделим сторону *AC* пополам в точке *D*, продолжим *BD* до *E*, сделаем *DE* равной линии *AD*, соединим *E* с *C*, *E* с *A*, опустим из точки *B* перпендикуляры *BG* и *BH* на линии *EA* и *EH*. Получится равносторонний и равноугольный четырехугольник *BGEH*, описанный около равностороннего треугольника *ABC*. Вот рисунок этого [рис. 72].



[Рис. 72].

[VIII] О построении квадрата, описанного около разностороннего треугольника. Если он говорит: как

описать около разностороннего треугольника *ABC* равносторонний [и равноугольный] четырехугольник,
23 об. ‖ то восставим из точки *C* перпендикуляр *CD* к линии *CA*, сделаем его равным ей, соединим *D* с *B* и продолжим [*DB*] в ее направлении. Опустим из точки *C* перпендикуляр *CE* на [линию] *DB*, проведем к *CE* из точки *C* перпендикуляр *CG*, проведем из точки *A* линию, параллельную *CE*; это — линия *HA*. Получим *HGCE* — равносторонний [и равноугольный] четырехугольник, описанный около разностороннего треугольника *ABC*. Вот рисунок этого [рис. 73].



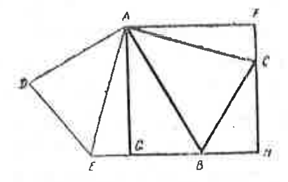
[Рис. 73].

[IX] Второй способ построения квадрата, описанного около треугольника. Построим треугольник *ABC*, опустим из точки *A* перпендикуляр *AD* на линию *BC*, сделаем *AE* равной линии *BC*, соединим *B* с *E*, опустим из точки *C* перпендикуляр *CH* на [продолжение] линии *BE*, из точки *A* — перпендикуляр *AF* на *HC*, из точки *B* — перпендикуляр *BK* на линию *AF*.

Получится равносторонний [и равноугольный] четырехугольник *KFHB*, описанный около треугольника *ABC*. Вот рисунок этого [рис. 74].

[Рис. 74].

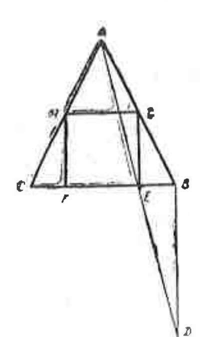
24 [X] ‖ Третий способ построения квадрата, описанного около треугольника. Если угодно, восставим из точки *A* к линии *AB* перпендикуляр *AD*, сделаем его равным стороне *AB*. Построим треугольник *ADE*, равный треугольнику *ABC*. Тогда *DE* равна *BC*, а *AE* равна *AC*. Соединим *EB* и опустим из точки *C* перпендикуляр *CH* на линию *EB*, а из точки *A* опустим перпендикуляры *AF* и *AG* на линии *EB* и *CH*. Тогда *AGHF* — квадрат. Вот рисунок этого [рис. 75].



[Рис. 75].

[XI] О построении квадрата, вписанного в треугольник. Если он сказал: как вписать в треугольник

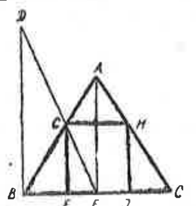
ABC равносторонний [и равноугольный] четырехугольник, то восставим из точки *B* перпендику-
24 об. ляр *BD*, равный линии ‖ *BC*, и соединим *AD*; [*AD*] пересекает *BC* в точке *E*. Восставим из точки *E* перпендикуляр *EG* к линии *EB*, он пересекает линию *AB* в точке *G*. Проведем из точки *G* линию *GH*, параллельную линии *BC*, и из точки *H* [опустим] перпендикуляр *HF* на линию *BC*. Получится равносторонний [и равноугольный] четырехугольник *EGHF*, вписанный в треугольник *ABC*. Вот рисунок этого [рис. 76].



[Рис. 76].

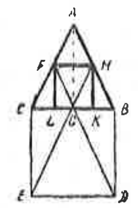
[XII] Второй способ построения квадрата, вписанного в треугольник. Восставим в точке *B* перпендикуляр *BD*, равный линии *BC*. Опустим из точки *A* перпендикуляр *AE*, соединим *D* с *E*; [*DE*] пересекает линию *AB* в точке *G*; проведем через точку *G* линию *GH*, параллельную линии *BC*, и [опустим] перпендикуляры *GF* и
25 *HI* на линию ‖ *BC*, тогда получим

равносторонний и [равноугольный четырехугольник] *GHIF*, вписанный в треугольник *ABC*. Вот рисунок этого [рис. 77].

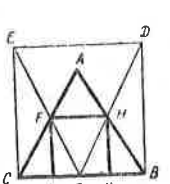


[Рис. 77].

[XIII] О построении квадрата, вписанного в равносторонний треугольник. Если угодно, то построим на *BC* квадрат *BDEC*, разделим *BC* пополам в точке *G*, проведем *DG* и *EG*, они пересекают линии *AB* и



[Рис. 78].



[Рис. 79].

AC в точках *H* и *F*, соединим *H* с *F*. Опустим из них перпендикуляры *HK* и *FL*, тогда получим квадрат *HFLK*, вписанный в треугольник *ABC*. Вот рисунок этого [рис. 78 и 79].

[XIV] О построении равностороннего треугольника, вписанного в разносторонний треугольник. Если он сказал: как построить равносторонний треугольник, вписанный в разносторонний треугольник *ABC*, имеющий одну сторону,
25 об. параллельную линии *BC*, то ‖ построим на *BC* равносторонний треугольник *BDC*, проведем перпендикуляры *AI* и *DE*, восставим из точки *B* перпендикуляр *BG* к *BC*, сделаем *BH* равной линии *AI*, а *HG* равной перпендикуляру *DE*. Соединим *C* с *G*, проведем из точки *H* линию *HF*, параллельную линии *GC*, тогда линия *BF* — сторона равностороннего треугольника, вписанного в треугольник *ABC*, одна сторона которого параллельна линии *BC* и [вершина] противолежащего угла находится на *BC*.

Поэтому если мы проведем в треугольнике *ABC* линию *LN*, параллельную линии *BC* и равную линии *BF*, примем точку *L* за центр и на расстоянии *LN* отметим *M* на линии *BC*, соединим точки *L* с *M* и *N* с *M*, то получим равносторонний треугольник *LNM*, вписанный в треугольник *ABC*. Вот рисунок этого [рис. 80].

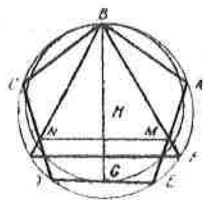
[XV] О построении равностороннего треугольника, описанного около разностороннего треугольника. Если он сказал: как описать равносторонний треугольник около разностороннего треугольника
26 ‖ *ABC*, то [проведем] линию, параллельную линии *BC*, построим на линии *BC* разносторонний треугольник *BDC*, продолжим линии *DB* и *DC* в их направлении, проведем из точки *A* линию *GAE*, параллельную линии *BC* и пересекающую линии *BD* и *DC* в точках *E* и *G*. Тогда получим равносторонний треугольник *DEG*. Вот рисунок этого [рис. 81].

[Рис. 80].

[Рис. 81].

[XVI] О построении треугольника, вписанного в пятиугольник. Если он сказал: как вписать в равносторонний пятиугольник *ABCDE* равносторонний треугольник, то проведем из точки *B* перпендикуляр *BG* [к *DE*], разделим его пополам в точке *H*, примем точку *H* за центр и на расстоянии *HB* опишем круг *BG*. Примем точ-

ку *G* за центр и на расстоянии *GH* отметим [точки] *F* и *K* на окружности круга. Проведем линии *BK* и *BF*, они пересекают линии *AE* и *CD* в точках *M* и *N*, проведем ли-
26 об. нии *BM* || *BN* и *MN*. Получится равносторонний треугольник *BMN*, вписанный в пятиугольник *ABCDE*. Вот рисунок этого [рис. 82].

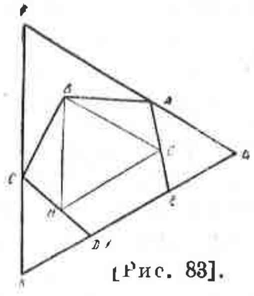


[Рис. 82].

[XVII] Построение треугольника, описанного около пятиугольника. Если он сказал: как описать равносторонний [и равноугольный] треугольник около равностороннего пятиугольника *ABCDE*, то построим в пятиугольнике равносторонний треугольник, это треугольник *BGH*, проведем через точки *A* и *C* две прямые линии *FL* и *FK*, параллельные линиям *BG* и *BH*, продолжим линию *DE* в ее двух направлениях до точек *L* и *K*. Получили равносторонний треугольник *FLK*, описанный около пятиугольника *ABCDE*. Вот рисунок этого [рис. 83].

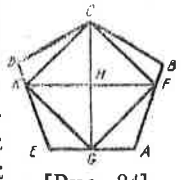
[XVIII] О построении квадрата, вписанного в пятиугольник. Если он сказал: как вписать равносто-

ронний [и равноугольный] четырехугольник в равносторонний и рав-
27 ноугольный пятиугольник ||



[Рис. 83].

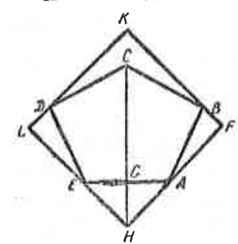
ABCDE, то опустим [из точки *C*] перпендикуляр *CG* [на линию *AE*], разделим его пополам [в точке] *H*, проведем через нее линию *FHK*, параллельную *AE*, и соединим линиями *C* и *F*, *C* и *K*, *K* и *G*, *F* и *G*. Получили равносторонний и равноугольный четырехугольник *CFGK*. Вот рисунок этого [рис. 84].



[Рис. 84].

[XIX] О построении квадрата, описанного около пятиугольника. Если он сказал: как описать равносторонний [и равноугольный] четырехугольник около равностороннего пятиугольника *ABCDE*, то разделим линию *AE* пополам в

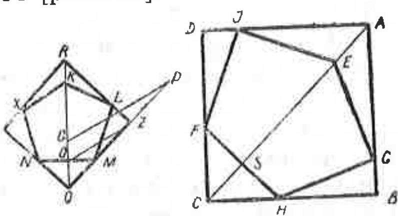
точке *G*, восставим [к ней] перпендикуляр *GH*, равный *GE*, соединим *H* и *E*, *H* и *A*, продолжим обе [линии] в их направлении, опустим из точек *B* и *D* перпендикуляры *BF* и *DL* на линии *HF* и *HL*, продолжим их в их направлении до точки *K*, тогда получим равносторонний [и равноугольный] четырехугольник *FKLH*, описанный около пятиугольника *ABCDE*. Вот рисунок этого [рис. 85].



[Рис. 85].

27 об. [XX] ‖ Построение пятиугольника, вписанного в квадрат. Если он сказал: как вписать в квадрат *ABCD* равносторонний и равноугольный пятиугольник [желаемой величины с углом *E*] на диагонали подобно пятиугольнику *EGHFI*, то построим равносторонний пятиугольник *KLMNX* желаемой величины и

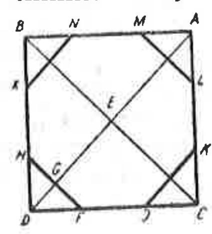
построим около него квадрат. Пусть одна из его сторон — *ZQ*. Проведем линию *ZO*, сделаем *QP* равной стороне *AB*, проведем из точки *P* линию *PG* параллельно линии *ZO*, [а из точки *R* проведем линию, проходящую через середину стороны *MN* и точку *Q*]. Соединим *AC*, отложим *CS*, равную линии *QR*, проведем прямую *HSF* перпендикулярно к линии *AC*. Затем примем точки *H* и *F* за центры и на расстоянии *HF* на линиях *AB* и *AD* отметим *G* и *I*. Примем точки *G* и *I* за центры и на расстоянии *GH* отметим *E*, проведем линии *HG*, *GE*, *EI* и *IE* получим [равносторонний и равноугольный пятиугольник] *EGHFI*, вписанный в квадрат *ABCD* [48]. Вот рисунок этого [рис. 86].



[Рис. 86].

28 [XXI] ‖ Построение восьмиугольника, вписанного в квадрат. Если он сказал: как вписать рав-

носторонний и равноугольный восьмиугольник, то построим квадрат *ABCD*, проведем диаметры, пересекающиеся в точке *E*, примем точку *E* за центр и на расстоянии половины стороны квадрата отметим [точку] *G*, примем точку *G* за центр и на расстоянии точек *D* и *G* отметим [точки] *H* и *F*, отложим от каждого угла на сторонах квадрата [линии], равные *DF* и *DH*. Это линии *MA*, *AL*, *BN*, *BX*, *CK*, *CI*. Соединим линии *HF*, *IK*, *LM* и *NX*; получится равносторонний и равноугольный восьмиугольник *IKLMNXHF*. Вот рисунок этого [рис. 87].



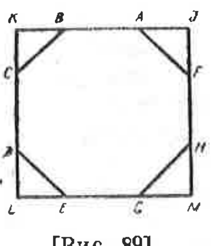
[Рис. 87].

28 об. [XXII] Другой [способ] || построения восьмиугольника, вписанного в квадрат. Если угодно, то раствором циркуля на расстоянии *AE* [т. е. половины диагонали квадрата] из каждого угла квадрата как из центра на расстоянии *AE* отметим [точки] *M*, *N*, *X*, *H*, *F*, *I*, *K* и *L*, проводим линии *LM*, *NX*, *HF* и *IK*. Получится равносторонний и равноугольный восьмиугольник

LMNXHFIK. Вот рисунок этого [рис. 88].

[XXIII] О построении квадрата, описанного около восьмиугольника. Если он сказал: как описать квадрат около равностороннего восьмиугольника *ABCDEGHF*, то продолжим линии *AB*, *CD*, *EG*, *HF* до пересечения в точках *I*, *K*, *L*, *M*; тогда получим равносторонний [и равноугольный] четырехугольник *IKLM*, описанный около восьмиугольника *ABCDEGHF*. Вот рисунок этого [рис. 89].

[Рис. 88].

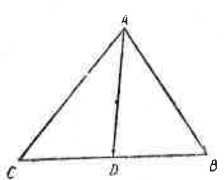


[Рис. 89].

Седьмая книга

О разделении треугольников

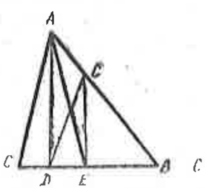
29 [I] || Если он сказал: как разделить треугольник *ABC* линией пополам, то проведем линию из одного из его углов; пусть угол, из которого мы проведем линию, — угол *A*. Разделим линию *BC* пополам в точке *D* и соединим линией *A* с *D*. Получили треугольник *ABC*, разделенный пополам линией AD. Вот рисунок этого [рис. 90].

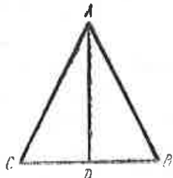


[Рис. 90].

[II] Если он сказал: как разделить треугольник *ABC* пополам линией, то опустим из точки [*A*] на [противоположную] сторону [перпендикуляр]; это точка *D*. Если мы хотим [получить] это, то разделим линию *BC* пополам. Если деление [совпало] с точкой *D*, то проведем *AD*, получим треугольник *ABC*, разделенный пополам линией *AD*. Если не делится [линия *BC*] в точке *D* пополам, пусть [середина *BC*] — точка *E*. Тогда если соединить *A* с *E* и *A* с *D*, провести из точки *E* линию *EG*, параллельную линии *AD*, соединить *D* и *G*,

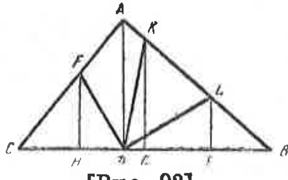
29 об. то треугольник *ABC* разделится || пополам линией *DG*. Вот рисунок этого [рис. 91].





[Рис. 91].

[III] Если он сказал: как разделить треугольник *ABC* линиями на четыре равные части, то от точки *B* отложим [на линии] *BC* четыре равные части. Это — *BE, EG, GH* и *HC*. Проведем *AD* — [перпендикуляр к *BC*]. Проведем из мест деления линии *EL, GK, HF* —

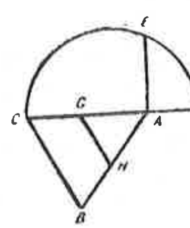


[Рис. 92].

параллельные линии *AD* и соединим линиями *D* с *L*, *D* с *K* и *D* с *F*. Тогда получим треугольник *ABC*, разделенный на четыре равные части: *BDL, DLK, DKF* и *DFC*. Вот рисунок этого [рис. 92].

30 || То же построение будет, если мы хотим разделить треугольник на три части, пять частей или произвольное число равных частей.

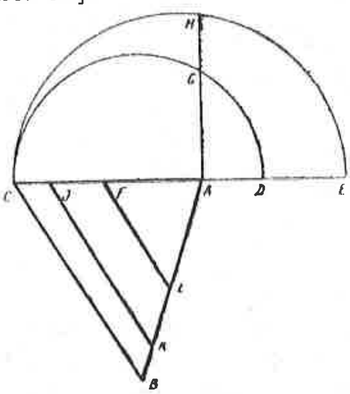
[IV] Если он сказал: как разделить треугольник *ABC* пополам линией, параллельной стороне из сторон [треугольника *ABC*], пусть это — сторона *BC*, то, если хотим этого, отложим *AD*, равную половине *AC*, в направлении [*AC*]. Опишем на *DC* полукруг, восставим перпендикуляр *AE* к *DC*, сделаем *AG* равной *AE*, проведем линию *GH*, параллельную линии *BC*; тогда получим треугольник *ABC*, разделенный пополам линией *GH*. Вот рисунок этого [рис. 93].



[Рис. 93].

[V] Если он сказал: как разделить треугольник *ABC* на три равные части двумя линиями, параллельными линии *BC*, то отложим [в направлении *AC* линию *AD*, равную трети *AC*], построим линию *AE*, [равную] двум третям *AC*, опишем на каждой из линий *DC* и *CE* полукруг, восставим перпендикуляр *AGH* к линии *AC*, от-

30 об. ложим линию || *AF*, равную линии *AG*, и линию *AI*, равную линии *AH*. Проведем линии *IK* и *FL*, параллельные линии *BC*, получится треугольник *ABC*, разделенный на три равные части: это — *ALF*. *FLKI* и *BKIC*. Вот рисунок этого [рис. 94].



[Рис. 94].

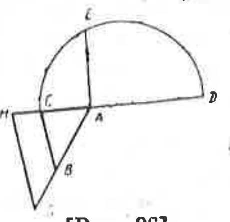
То же построение будет, если мы хотим разделить треугольник на четыре или большее число равных частей.

[VI] Второй способ деления треугольника на три равные части. Если угодно, то проведем линию *AD*, [равную] двум третям линии

AC, построим на линии *DC* полукруг, построим перпендикуляр *AE*, сделаем линию *AG* равной перпендикуляру *AE* и проведем линию *GH* параллельно линии *BC*. Далее разделим треугольник *AGH* пополам, как описано выше в этой главе. Получим треугольник *ABC*, разделенный на три равные части: *AFI*,
31 *FHGI*, *HBCG*. ‖ Вот рисунок этого [рис. 95].

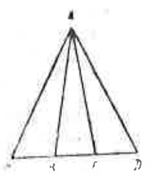
[Рис. 95].

[VII] Другой вид [задач о] треугольниках. Если он сказал: как увеличить треугольник *ABC* на равную ему [площадь] линией, параллельной линии *BC*, то построим на линии *AC* удвоенную [линию], это — *AD*, опишем на линии *CD* полукруг *DEC*, восставим перпендикуляр *AE* к линии *AC*, сделаем линию *AH* равной линии *AE*, проведем из точки *H* линию *HG*, параллельную линии *BC*, продолжим *AB* до пересечения с [*HG*]. Тогда фигура *CG* равна треугольнику *ABC* [рис. 96]. Точно так же поступим, если хотим увеличить треугольник в три [четыре] и большее число раз [49].



[Рис. 96].

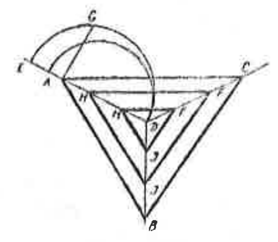
[VIII] Если он сказал: как присоединить к треугольнику *ABC* фигуру, которая равна этому треугольнику или больше его в два,
31 об. три и ‖ большее число раз, линией, проходящей через точку *A*, то увеличим линию *BC* в два или три раза; тогда получим линию *BD* и соединим *A* с *D*. Тогда треугольник *ADB* или равен треугольнику *ACB*, или в два раза больше его. Вот рисунок этого [рис. 97].



[Рис. 97].

[IX] Если он сказал: как построить в середине треугольника *ABC* треугольник, ему подобный и равный половине треугольника, или трети, или другой части, то возьмем в середине его точку *D*, соединим *A* с *D*, *B* с *D* и *C* с *D* и

продолжим *AD* в ее направлении до точки *E* так, чтобы *AE* была половиной *AD*, или третью, или четвертью. Построим на *ED* полукруг, восставим перпендикуляр AG, сделаем DH равной AG. То же



[Рис. 98].

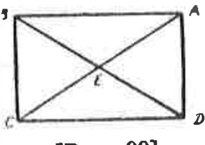
[построение] надо провести с другими линиями. Тогда получатся точки *H*, *F* и *I*. Соединив их, получим построенный в треугольнике *ABC* треугольник *HFI*, который хотели. Вот рисунок этого [рис. 98].

Восьмая книга

О разделении четырехугольников

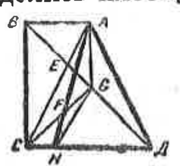
32 [I] ‖ Если он сказал: как разделить плоскую фигуру *ABCD* пополам линией, проходящей через один из ее углов, то возьмем угол *A* и проведем линии *AC* и *BD*, пересекающиеся в точке *E*. Тогда если линия *BE* равна линии *ED*, то линия *AC* делит фигуру *ABCD* пополам [50]. Вот рисунок этого [рис. 99].

[II] Если *BE* не равна *ED*, то разделим *BD* пополам в точке *G*, проведем через нее линию *GH*, параллельную линии *AC*, соединим *A* с *H*. Тогда [фигура] *ABCD* разделится пополам линией *AH*. Вот рисунок этого [рис. 100].



[Рис. 99].

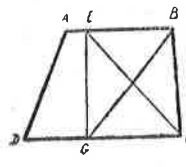
32 об. [III] ‖ Если он сказал: как разделить плоскую фигуру *ABCD* пополам линией, проходящей через точку *E* одной из сторон фигуры, то разделим фигуру *ABCD* пополам линией, проходящей через точку *B*, это — линия *BG*, как доказано во II предложении. Соединим *EG* и *EC*. Если *EG* параллельна линии *BC*, то линия *EC* делит фигуру *ABCD* пополам. Вот рисунок этого [рис. 101].



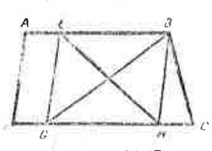
[Рис. 100].

[IV] Если же линия *EG* не параллельна линии *BC*, то проведем из точки *B* линию *BH*, параллельную линии *EG*, тогда она находит-

ся или внутри, или вне фигуры. Пусть она сначала находится внутри фигуры. Соединим *E* с *H*. Тогда линия *EH* делит фигуру *ABCD* пополам. Вот рисунок этого [рис. 102].

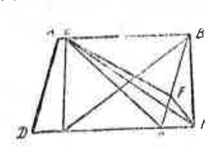


[Рис. 101].



[Рис. 102].

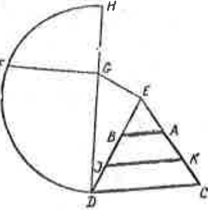
[V] Пусть теперь линия *BH* на-
33 ходится вне фигуры ‖ *ABCD*. Продолжим линию *DC* до ее пересечения [с *BH*] в точке *H*, проведем через точку *H* линию *HF* параллельно линии *EC* и соединим *E* с *F*.



[Рис. 103].

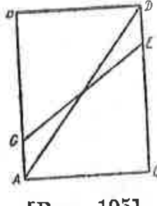
Тогда линия *EF* делит фигуру *ABCD* пополам. Вот рисунок этого [рис. 103].

[VI] Если он сказал: как разделить трапецию *ABCD* пополам линией, параллельной линии *CD*, то продолжим линии *AC* и *BD* до пересечения в точке *E*, восставим в точке *E* перпендикуляр *EG* к линии *BD*, равный линии *BE*. Соединим *DG* и продолжим [*DG* до *H* так, чтобы] *GH* была равна половине *GD*. Опишем на *HD* полукруг *HFD*, восставим перпендикуляр *GF* [к *DH*], отложим *EI*, равную перпендикуляру *GF*, и проведем *IK* параллельно линии *CD*. Тогда трапеция *ABCD* делится пополам линией *KI*. Вот рисунок этого [рис. 104].

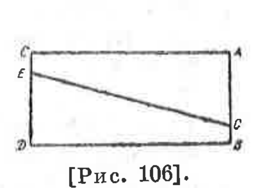


[Рис. 104].

33 [VII] ‖ Если он сказал: как разделить параллелограмм *ABCD* пополам линией, проходящей через точку на какой-либо стороне, например, через точку *E* линии *CD*, то отложим на линии *AB* линию *AG*, равную линии *DE*, и соединим



[Рис. 105].



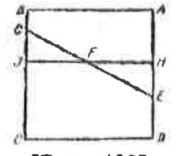
[Рис. 106].

GE. Тогда трапеция *AGEC* будет равна трапеции *BGED*. Вот рисунок этого [рис. 105 и 106].

[VIII] Если он сказал: как от-
34 делить || от параллелограмма *ABCD* долю линией, проходящей через точку стороны *AD*, то отделим треть. Пусть на *AD* отмечена точка *E*; проведем через точку *E* линию *EG*, параллельную линии *AB*. Если *AE* — треть *AD*, то я отделил от фигуры *ABCD* треть, это фигура *ABEG*. Вот рисунок этого [рис. 107].

[Рис. 107].

[IX] Если же *AE* не треть *AD*, то отложим *AH* — треть *AD*. Тогда точка *H* находится или на линии *AE*, или на линии *DE*. Если [точка *H*] лежит на линии *AE* как на первом рисунке, то проведем линию HI параллельно линии *AB*, разделим ее пополам в точке *F*, проведем *EFG*. Треугольник *GIF* равен треуголь-
34 об. нику *HFE*. Тогда трапеция *ABGE* || — треть фигуры ABCD. Вот рисунок этого [рис. 108].



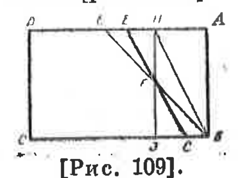
[Рис. 108].

[X] Пусть теперь точка *H* на линии *ED*, разделим линию *HI* пополам в точке *F*, проведем

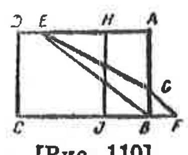
линию *EF* и продолжим ее до *G*. Тогда трапеция *AEGB* — треть фигуры *ABCD*. Пусть линия *EH* или равна линии *BI*, или не равна ей. Если она равна ей, то соединим *B* с *E*. Тогда треугольник *ABE* — треть фигуры *ABCD*, а треугольник *AHB* — половина трети фигуры *ABCD*.

[XI] Если *EH* меньше линии *IB*, то построим линию *GI*, равную линии *EH*, и соединим *E* с *G*, тогда
35 трапеция || *ABFH* — треть фигуры *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 109].

[XII] Если *EH* длиннее линии *IB*, то продолжим *IB* до точки *F* так, чтобы *FB* была равна избытку линии *EH* [над линией *IB*], соединим *E* с *B*. Проведем линию *FG* параллельно линии *BE* и соединим *GE*. Тогда треугольник *AGE* — треть фигуры *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 110].



[Рис. 109].

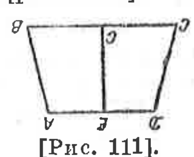


[Рис. 110].

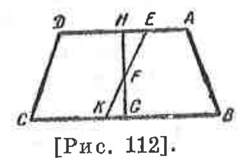
[XIII] Если он сказал: как разделить трапецию *ABCD* пополам линией, проходящей через точку

на стороне *AD*, например точку *E*, то разделим линию *BC* пополам в точке *G* и соединим *GE*. Тогда если *AE* равна линии *ED* и поскольку *BG* равна линии *GC*, то линия *EG* разделит фигуру *ABCD* пополам. Вот рисунок этого [рис. 111].

[XIV] Если же линия *AE* не равна линии *ED*, то построим линию *AH*, равную линии *HD*. [Линия *BG* также равна линии *GC*].
35 об. Соединим || *H* с *G*, разделим *HG* пополам в точке *F* и проведем *EFK*. Тогда линия *EK* разделит трапецию пополам. Вот рисунок этого [рис. 112].



[Рис. 111].



[Рис. 112].

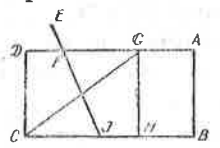
[XV] Если он сказал: как разделить параллелограмм *ABCD* пополам линией, проходящей через точку, расположенную вне его, например, через точку *E*, то соединим *AD*, разделим *AD* пополам в точке *G* и проведем *EGH*. Тогда фигура

[Рис. 113].

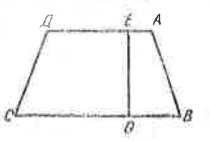
ABCD разделится пополам линией *EGH*. Вот рисунок этого [рис 113].

[XVI] Если он сказал: как отделить от параллелограмма *ABCD* треть, четверть или какую-нибудь другую долю линией, проходящей через точку, расположенную вне его, например, точку *E*, то пусть отделим треть от фигуры *ABCD* линией, параллельной линии *AB*, как раньше; это — линия *GH*. Проведем через точку *E* линию,
36 разделяющую фигуру *GHCD*, || пополам линией *EFI*. Тогда трапеция *FIDC* — треть фигуры *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 114].

[XVII] Если он сказал: как отделить от трапеции *ABCD* треть или четверть, или какую-нибудь другую долю [линией, проходящей] через отмеченную точку, например, через точку *E*, то пусть линия *AD* параллельна линии *BC*, а доля — треть. Отложим линию *BG*, являющуюся третью линии *BC*, и соединим *E* с *G*. Тогда если *AE* —



[Рис. 114].

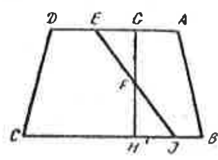


[Рис. 115].

треть *AD* и *BG* — треть *BC*, то линия *EG* отделит от трапеции *ABCD* треть[51]. Вот рисунок этого [рис. 115].

[XVIII] Если *AE* не треть *AD*, то отложим *AG*, являющуюся третью *AD*, и пусть [*AG*] короче *AE*. Отложим также *BH*, являющуюся третью *BC*, и соединим *G* с *H*. Разделим *GH* пополам в точке *F*, соединим *EF* и продолжим ее до точ-

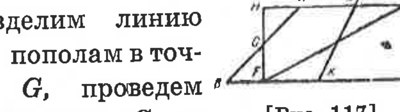
36 об. ки *I*. ‖ Тогда линия *EFI* отделит от трапеции *ABCD* треть; это — трапеция *AEIB*. Вот рисунок этого [рис. 116].



[Рис. 116].

Если *AE* меньше *AG*, то поступаем так же, как мы указали раньше.

[XIX] Если он сказал: как разделить трапецию *ABCD* пополам линией, проходящей через точку, находящуюся вне ее, например, через точку *E*, то разделим линию *AB* пополам в точке *G*, проведем через точку *G* линию *GF*, параллельную линии *CD*, и продолжим линию *AD* до пересечения в точке *H* [с линией



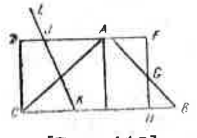
[Рис. 117].

GF]. Получится параллелограмм *HFCD*. Проведем через точку *E* линию *EIK*, делящую фигуру *HFCD* пополам. Тогда линия *EIK* разделит трапецию *ABCD* пополам. Вот рисунок этого [рис. 117].

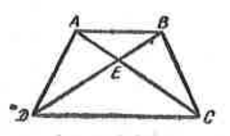
[XX] Если он сказал: как отделить от трапеции *ABCD* какую-нибудь долю линией, проходящей че-

37 рез точку, ‖ находящуюся вне ее, например, через точку *E*, то разделим *AB* пополам в точке *G*, проведем через нее линию *HG*, параллельную *DC*, проведем через точку *E* линию *EIE*, отделяющую от параллелограмма *HFCD* требуемую долю; тогда получим требуемое разделение трапеции *ABCD*. Вот рисунок этого [рис. 118].

[XXI] Если он сказал: как отделить от [трапеции] *ABCD* треть, то соединим *AC* и *BD*. [Пусть они пересекаются в точке *E*.] Если *BE* — треть *BD*, то от фигуры *ABCD* отделена треть; это треугольник *ABD*. Вот рисунок этого [рис. 119]



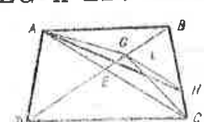
[Рис. 118].



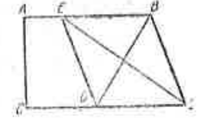
[Рис. 119].

[XXII] Если [*BE*] не равна трети [*BD*], то отложим на *BD* [линию], равную трети — [линию] *BG*. Проведем через [точку *G*] линию *GH*, параллельную линии *AC*, и соединим *AH*. Тогда от фигуры *ABCD* отделена треть. Вот рисунок этого [рис. 120].

[XXIII] Если он сказал: как от-
37 об. делить от фигуры ‖ *ABCD* треть линией, проходящей через точку на ее стороне, например, через точку *E*, то проведем через точку *B* линию *BG*, отделяющую от фигуры *ABCD* треть, и проведем линии *EG* и *ED*. Если *EG* параллельна

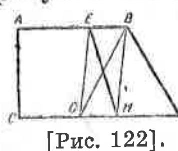


[Рис. 120].



[Рис. 121].

линии *BD*, а *DC* параллельна линии *AEB*, то от фигуры *ABCD* уже отделена треть линией *ED*. Вот рисунок этого [рис. 121].



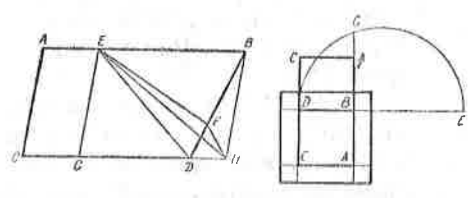
[Рис. 122].

[XXIV] Если *BD* не параллельна *EG*, то проведем через точку *B* линию *BH*, параллельную линии *EG*, находящуюся внутри фигуры или вне ее.

Пусть сначала она находится внутри. Соединим *E* с *H*. Тогда линия *EH* отделяет от фигуры *ABCD* треть. Вот рисунок этого [рис. 122].

[XXV] Если [*BH*] расположена вне фигуры, то соединим *ED*, продолжим *CD* до *H*, проведем *HF* параллельно *DE* и соединим *E* с *F*. Тогда линия *EF* отделит от фигуры *ABCD* треть. Вот рисунок этого [рис. 123].

38 [XXVI] ‖ Если он сказал: как увеличить квадрат *ABCD* на равный тому, что на рисунке, так, чтобы [увеличение происходило] с каждой стороны, то продолжим линию *DB* в ее направлении до точки *E* так, чтобы *BE* была равна удвоенной *BD*. Опишем на линии *DE* полукруг *EGD*, продолжим ли-



[Рис. 123]. [Рис. 124].

нию *AB* до точки *G*, отложим от каждой из сторон квадрата линии, равные половине линии *AG*, и дополним квадрат; квадрат *ABCD*

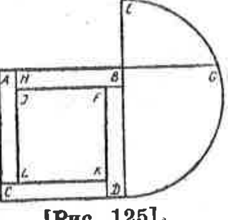
увеличится на равный ему[52]. Вот рисунок этого [рис. 124].

Аналогично мы поступим, если мы хотим увеличить его в несколько раз: в этом случае сделаем линию *BE* равной [линии *BD*], взятой это число раз.

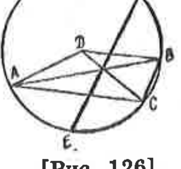
[XXVII] Если он сказал: как построить в середине квадрата *ABCD* квадрат, равный половине того, что на рисунке, то отложим от линии *BD* линию *BE*, являющуюся ее половиной. Опишем на линии
38 об. *DE* полукруг || *DGE*, пересекающий *AB* в точке *G*, и построим линию *BH*, [равную] половине линии *AG*. Отложим от углов *A*, *B*, *C* и *D* линии, равные линии *HB*, и проведем через места деления [линии, параллельные сторонам квадрата]. Получится квадрат *FIKL* в середине квадрата *ABCD*, являющийся его половиной. Вот рисунок этого [рис. 125].

[XXVIII] Если он сказал: как отделить от круга *ABC* треть, или четверть, или другую долю двумя параллельными линиями, то примем за центр круга точку *D*, проведем в круге хорду его трети, это — линия *AC*, проведем *BD* параллельно *AC* и соединим *B* и *C*. Разделим дугу *AC* пополам в

точке *E* и проведем через точку *E* линию *EG*, параллельную *BC*. Тогда фигура *GBCE* в круге, находящаяся между двумя параллельными линиями, является третью круга. Вот рисунок этого [рис. 126].

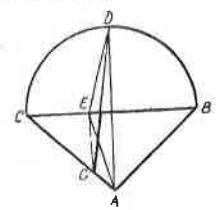


[Рис. 125].



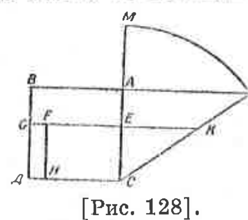
[Рис. 126].

39 [XXIX] || Если он сказал: как разделить сектор *ABC* пополам, то разделим дугу *BC* пополам в точке *D* и соединим *A* и *D*, тогда если *CA* равна *AB*, то фигура *ABC* будет разделена пополам линией *AD*. Если же линия *AC* не равна *AB*, то разделим [линию] *CB* пополам в точке *E*, проведем *EG* параллельно линии *AD* и соединим *D* с *G*. Тогда фигура *ABCD* будет разделена пополам линией *DG*. Вот рисунок этого [рис. 127].



[Рис. 127].

[XXX] Об оставлении пути. Если он сказал: как разделить пополам квадрат *ABCD*, оставив путь ширины *DH*, то продолжим *CA* в ее направлении [до *M*] так, чтобы *MA* была равна *CH*, [продолжим *BA* в ее направлении до *L*], опишем из центра *C* на расстоянии *CM* круг, пересекающий линию *BA* в точке *L*, и соединим *L* с *C*. Отложим *LK*, равную *CH*, проведем линию *KEG*, параллельную линии *AL*, и проведем *HF* параллельно линии *DB*. Тогда фигура *HE* равна фигуре *EB*[53]. Вот рисунок этого [рис. 128].

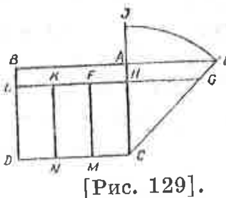


[Рис. 128].

39 об. [XXXI] ‖ Если он сказал: как разделить квадрат *ABCD* на три равные части, оставив путь известной ширины *MN*, находящийся между двумя равными отрезками [стороны *CD*], то продолжим *CA* до *I* так, чтобы *AI* была равна *CM*, продолжим *BA* в ее направлении до *E*, примем точку *C* за центр и на расстоянии *CI* опишем круг, пересекающий линию *BA* в точке *E*,

и соединим *CE*. Отложим на линии *CE* линию *EG*, равную линии *CM*, и проведем через точку *G* линию *GHL* параллельно линии *BAE*. Из точек *M* и *N* проведем линии *MF* и *NK*, параллельные линии *AC*. Тогда фигуры *MH*, *NL* и *AL* равны. Вот рисунок этого [рис. 129].

[XXXII] Если он сказал: как разделить треугольник *ABC* на две равные части, оставив путь с



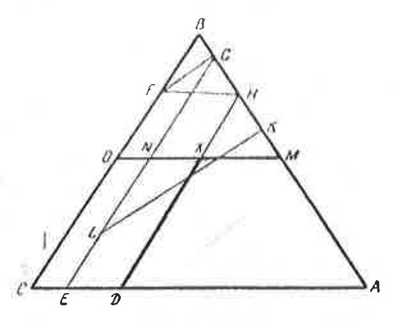
[Рис. 129].

40 параллельными ‖ краями известной ширины, и если ширина пути — *CD*, то разделим *CD* пополам в точке *E*, проведем *EG* и *DH* параллельно *BC*, проведем *HF* параллельно *AC*, соединим *C* с *F*, отложим *HK*, равную *HG*, проведем *KL* параллельно *GF*, построим треугольник *NMG*, [равный] половине трапеции *AL* и подобный треугольнику *ABC*.

[Рис. 130].

Продолжим MN до O. Тогда треугольник ABC разделится на равные части: треугольник BMO и трапецию AX, между которыми оставлен путь XC ширины CD. Вот рисунок этого [рис. 130].

[XXXIII] Если он сказал: как разделить треугольник ABC на треть и две трети, оставив путь ширины CD, то отложим CE — треть CD, проведем DH и EG параллельно линии BC, проведем через точку H линию HF параллельно линии AC, соединим GF и от-
40 об. ложим HK, равную || HG. Далее проведем KL параллельно GF, по-

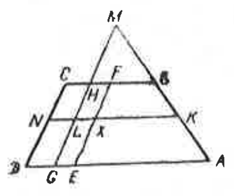


[Рис. 131].

строим треугольник GMN, [равный] трети трапеции AL [и подобный треугольнику ABC] и про-

должим MN до O. Тогда треугольник ABC разделится на треть и две трети, причем треть — треугольник BMO, а две трети — трапеции AX. Вот рисунок этого [рис. 131].

[XXXIV] Если он сказал: как разделить трапецию $ABCD$ пополам, оставив путь ширины ED, причем BC параллельна линии AD, то разделим DE пополам в [точке] G, проведем GH и EF параллельно линии CD, продолжим AB и GH до их пересечения в [точке] M и по-



[Рис. 132].

строим треугольник MKL, [равный] половине трапеции AF и подобный треугольнику MAG. [Проведем $KXLN$ параллельно линии AD]. Получается трапеция $NCBK$, равная трапеции $XKAE$, и путь $NXED$. Вот рисунок этого [рис. 132].

Девятая книга

41 || О разделении квадратов и об их составлении

[I] В предыдущих книгах этого сочинения мы разъяснили построение фигур, вписанных друг в друга и описанных друг около друга, их разделение на различные виды и то, что часто применяется ремесленниками. Я надеюсь, что это будет достаточно для тех, кто имеет недостаточные знания по математике. В этой книге я излагаю разделение фигур, которое часто применяется ремесленниками и о котором они задают вопросы. Это разделение квадратов, их составление, построение [фигур, вписанных] в них. Мы установили правила, к которым следует обращаться. Все, чем пользуются ремесленники по вопросам этой книги, делается на основании принципов разделения и составления [фигур], содержащих много ошибок. В этой книге мы изложим этот вопрос таким образом, чтобы было легко выполнить то, что требуется, если захочет Аллах.

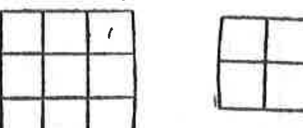
Мы говорим, что среди чисел есть квадратные и неквадратные. Что касается квадратных, то это

41 об. такие числа, что если || умножить число на равное себе, то получится такое число, например, четыре, так как имеется такое число, что, если умножить его на равное себе, получится четыре, это — два, потому что, если умножить два на равное себе, получится четыре. Например, двадцать пять, так как существует такое число, что если умножить его на равное себе, получится двадцать пять,— это пять. Каждое число, для которого имеется такое число, что, если умножить его на себя, получится это число, называется квадратным. Число, которое умножается на себя, называется стороной или корнем этого квадратного числа. Если число не квадратное, то оно может или состоять из двух квадратных чисел, или не состоять из двух квадратных чисел. Например, [число] тринадцать составлено из двух квадратов: это — девять и четыре, девять — квадратное и его сторона — три, четыре — квадратное и его сторона — два. Например, [число] сорок один составлено из двух квадратов: один из них шестнадцать, его сторона — четыре, а второй — двадцать пять, его сторона — пять.

Что касается [числа], не составленного из двух квадратов, то [это], например, семь, так как не существует двух квадратов, сумма ко-
42 торых дает семь, или || одиннадцать, так как также не существует двух квадратов, сумма которых дает одиннадцать. Поэтому если говорится о квадратных числах, состоящих из квадратов, то разделим квадраты на числа, [только] являющиеся квадратами, и на числа, состоящие из квадратов. Если спрашивается о числе квадратов, из которых состоит квадрат, или о квадрате, состоящем из квадратов, то я рассмотрю это число, и если это число квадратное или состоит из двух квадратов, то это дело простое и легкое, а если не квадратное и не состоит из двух квадратов, то это дело трудное. Мы можем здесь провести построение для каждого из этих видов самым простым методом, если захочет Аллах.

Мы говорим, что если спрашивается о [разделении] квадрата, составленного из квадратного числа равных квадратов, то разделим каждую из сторон квадрата на равные части, число их равно стороне квадрата, который делится на квадраты, составляющие его. Проведем через места деления прямые линии к соответствующим этим [местам] на стороне, противоположной этой. Тогда разделим данный квадрат на квадраты, подобные этому.

Если мы хотим разделить один квадрат на девять квадратов, то разделим одну сторону квадрата на три равные части. Точно так же разделим и остальные стороны на три равные части, это корень
42 об. числа девять. || Далее проведем через каждое из мест деления на противолежащих сторонах прямые линии. Тогда квадрат разделится на девять равных квадратов. Вот рисунок этого [рис. 133].

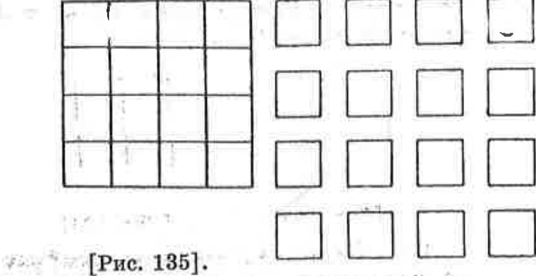


[Рис. 133]. [Рис. 134].

[II]. Точно так же, если требуется разделить квадрат на четыре квадрата, разделим каждую из сторон на две части — это сторона четырех [квадратов], соединим противоположные части, тогда квад-

рат разделится на четыре равные части. Вот рисунок этого [рис. 134].

[III] О построении квадрата из квадратного числа квадратов. Если мы хотим построить из большого квадратного числа квадратов один квадрат, то построим квадрат со стороной, равной стороне этих квадратов. Получим один квадрат, равный этим квадратам. Пример
43 этого. || Если мы хотим построить один квадрат из шестнадцати других квадратов, расположим в ряд четыре данных [квадрата] и присоединим к нему остальные, [получится] один квадрат. Вот рисунок этого [рис. 135].

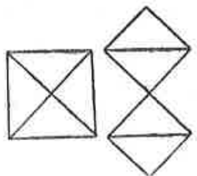


[Рис. 135].

[IV] О построении квадрата из квадратов, [число которых] состоит из двух квадратов. Если мы хотим построить это, возьмем число, состоящее из двух квадратов, и рас-

смотрим эти два квадрата. Если они равны, то построим два равных квадрата. Разделим каждый из них диагональю, тогда получатся четыре равных треугольника. Их диагонали равны стороне искомого квадрата. Если сложить эти треугольники так, чтобы они примыкали друг к другу своими прямыми углами, получится квадрат.

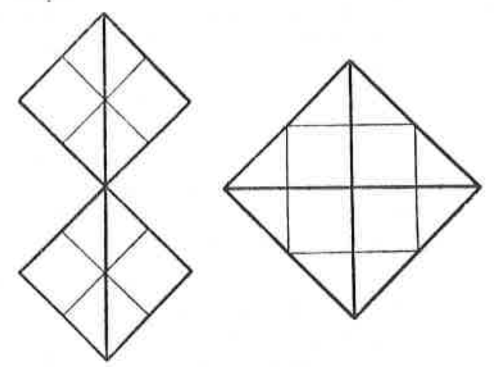
Пример этого. Если мы хотим построить квадрат из двух других, то пересечем каждый из них его диагональю, получатся четыре треугольника с равными [боковыми сторонами] и основаниями. Сложим эти треугольники так, чтобы примыкали их прямые углы, и построим квадрат со стороной, [равной] основанию треугольника. Вот рисунок этого [рис. 136].



[Рис. 136].

43 об. [V] || Если мы хотим построить квадрат из восьми равных квадратов, то он состоит из двух квадратов, каждый из которых состоит из четырех квадратов. Построим два квадрата, каждый из которых состоит из четырех. Затем разделим

их диагоналями; получатся четыре равных треугольника. Построим из них квадрат, как было сказано раньше. Вот рисунок этого [рис. 137].

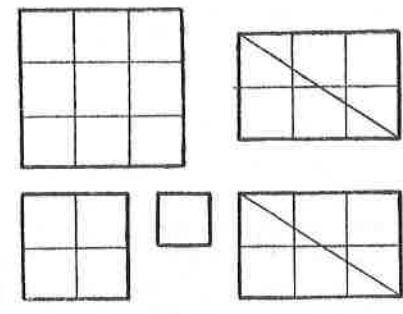


[Рис. 137].

[VI] Если даны квадраты, число которых состоит из двух неравных квадратов, то построим два прямоугольника, длина каждого из них [равна] стороне большего квадрата, а ширина равна [стороне] меньшего квадрата. Рассечем каждый из них пополам диагональю; получатся четыре равных треугольника со сторонами, равными сторонам квадратов, их диагональ равна стороне искомого квадрата. Если мы расположим в середине квадрат,

сторона которого равна разности сторон двух данных квадратов, и расположим стороны треугольников на его сторонах, получится один квадрат, построенный из квадратов.

Пример этого. Если мы хотим построить квадрат из тринадцати квадратов с равными сторонами и диагоналями, то один квадрат состоит из единичных квадратов, их девять, сторона этого квадрата [равна] трем; другой [составлен] из четырех [единичных квадратов], его



[Рис. 138].

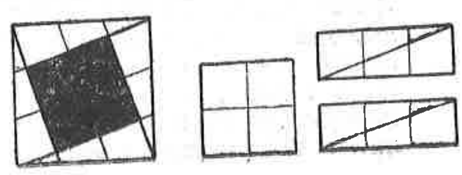
сторона [равна] двум. Построим два прямоугольника, одна сторона которых — три, а другая — два. Получатся два прямоугольника, каждый из которых состоит из шести квадратов. Рассечем их по диаго-

нали; получатся четыре треугольника, длинный катет каждого из которых — три, короткий — два, а гипотенуза — корень из тринадца-
44 об. ти [рис. 138]. || Выделим из квадратов единичный, поместим его в середине и приложим к нему [треугольники] большими катетами к стороне квадрата. Из них составится квадрат, каждая сторона которого — гипотенуза треугольников, т. е. корень из тринадцати[54]. Вот рисунок этого [рис. 139].

[Рис. 139].

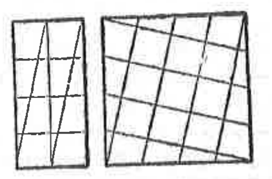
[VII] Если мы хотим построить [квадрат] из десяти равных [квадратов], то десять составлено из двух квадратов, один из них — девять, его корень — три, а другой — единица, его сторона — единица. Построим два прямоугольника, одна сторона которого — три, а другая — единица. Рассечем их пополам по диагонали. От десяти останется четыре квадрата. [Построим квадрат из четырех квадратов], поместим его в середине и приложим к его сторонам треугольники. Получится квадрат, каждая сторона

которого — гипотенуза треугольника [т. е. корень из десяти]. Вот рисунок этого [рис. 140].



[Рис. 140].

45 || Точно так же построим квадрат из семнадцати равных квадратов [рис. 141].

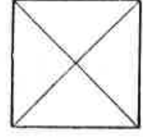
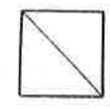
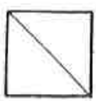


[Рис. 141].

На этом основано построение квадрата из квадратов, которому соответствует число, составленное из двух квадратов.

[VIII] О разделении квадрата на квадраты, число которых состоит из двух квадратов. Пусть дан квадрат. Если мы хотим разделить на квадраты квадратное число, состоящее из двух квадратных чисел,

то рассмотрим эти числа. Если они равны, разделим квадрат диагоналями; получатся четыре равных треугольника. Если сложить каждые два из них по стороне, являющейся стороной квадрата, мы построим два квадрата, каждый из которых состоит из двух треугольников. Вот рисунок этого (рис. 142).

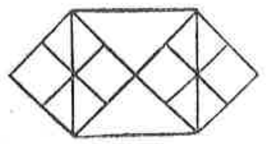




[Рис. 142].

45 об. [IX] ‖ Если мы получим квадраты и разделим каждую из сторон квадратов на равные части, их число будет равно стороне равных квадратов и тем самым мы разделим квадрат на искомые квадраты.

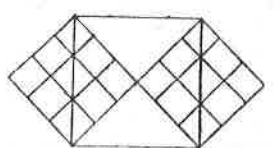
Пример этого. Если мы хотим разделить квадрат на восемь квадратов, проведем его диагонали; тогда получим четыре равных треугольника. Построим из каждых двух треугольников квадрат; тогда получим два квадрата. Далее разделим каждую из сторон двух квадратов на две равные части и соединим противоположные места деления прямыми линиями. Тем

самым мы построим восемь равных квадратов. Вот рисунок этого [рис. 143].



[Рис. 143].

[X] Точно так же, если мы хотим разделить квадрат на восем-
46 надцать равных квадратов, ‖ проведем его диагонали, [получим четыре равных треугольника], построим на этом чертеже из них два квадрата. Далее разделим каждую из сторон двух квадратов на три равные части и соединим места деления. Получатся восемнадцать квадратов с равными сторонами. Вот рисунок этого [рис. 144].



[Рис. 144].

[XI] О разделении квадрата на квадраты, число которых состоит из двух неравных квадратов. Что-

бы разделить квадрат на число
[квадратов], состоящее из двух
различных квадратов, разделим
одну из сторон квадрата на рав-
ные части, их число равно стороне
большего квадрата, из которых
состоит данное число. Далее отло-
жим на каждой стороне [данного
квадрата] от его вершин в одну
сторону [линию], равную стороне
меньшего квадрата, и проведем из
каждого угла квадрата к противо-
положному месту деления прямые
линии; получатся квадрат в сере-
дине и четыре треугольника, окру-
жающие этот квадрат. Этот квад-
рат равен квадрату разности сто-
46 об. рон [квадратов]. Разделим ||
стороны этого квадрата на число
частей, равное разности; получится
число квадратов, равное квадрату
разности. Что касается треугольни-
ков, то если [соединить] их по два,
получатся прямоугольники, длины
которых равны стороне большого
квадрата, а ширины равны сторо-
не меньшего из двух квадратов.
Поэтому если построить эти два
прямоугольника и разделить их
стороны на число частей, равное
сторонам квадратов, то получатся
остальные искомые квадраты.

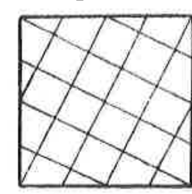
Пример этого. Если мы хотим
разделить квадрат на десять квад-
ратов, мы находим, что десять со-
стоит из двух квадратов — едини-
цы и девяти, причем сторона [од-
ного] — три, а сторона другого —
единица. Разделим одну сторону
квадрата на три равные части, от-
ложим на каждой стороне [отрезок],
равный единице, проведем из [про-
тивоположных] углов к местам
деления прямые линии; получатся
квадрат в середине и четыре тре-
угольника, окружающие этот квад-
рат. Вот рисунок этого [рис. 145].
Далее разделим сторону квадрата,
который в середине,
на два, т. е. на раз-
ность сторон квад-
47 ратов, || из которых
состоит десять.

[Рис. 145].

Проведем (из мест
деления) параллель-
ные линии: в сере-
дине получатся четыре квадрата.
Построим из каждых двух тре-
угольников прямоугольники, дли-
на которых — три, а ширина —
единица, и разделим их на три
квадрата; получатся десять квад-
ратов.

[XII] Точно так же, если мы

хотим разделить квадрат на двадцать квадратов, то двадцать состоит из двух квадратов: один из них — шестнадцать [его сторона — четыре], а второй — четыре, его сторона — два. Разделим сторону квадрата на четыре равные части, отложим на сторонах [линии], равные [стороне] второго [квадрата], и проведем линии из углов [к местам деления]; получатся квадрат, сторона которого — разность сторон двух квадратов, и четыре треугольника, окружающие его. Из каждых двух из этих треугольников, окружающих [квадрат], составим прямоугольник, длина которого — четыре и ширина — два. Квадрат, находящийся в середине, разложим на четыре квадрата, а из двух прямоугольников — шестнадцать квадратов. Получается двадцать квадратов. Вот рисунок этого [рис. 146].



[Рис. 146].

47 об. [XIII] || Методы разделения квадратов, [число которых] состоит из двух квадратов, нельзя переносить на составление квадратов и

их разделение, если число квадратов не состоит из двух квадратов. Многие геометры и ремесленники ошибались в построениях этих квадратов и в их составлении: геометры в силу недостаточной практики, а ремесленники — из-за того, что им не хватало знаний о доказательствах. Так как геометры не знают [практических] методов построений, то с помощью доказательств на линиях им трудно найти правильные способы приближенных построений.

Что же касается ремесленников, то, когда они находят приближенное построение, они получают то, что мы ощущаем и видим, не обращая внимания на доказательства с помощью линий и на геометров. Тот, кто получает доказательство чего-либо с помощью теоретического рассуждения, не проверяет истинности этого на практике. Я не могу сомневаться в том, что все, что знает ремесленник,— это факты, доказанные геометрами, и что доказательства показывают истинность этого. Но ремесленник и землемер рассматривают сущность дела и не думают о том, как доказать это, поэтому они допускают || ошибки. Что же касает-

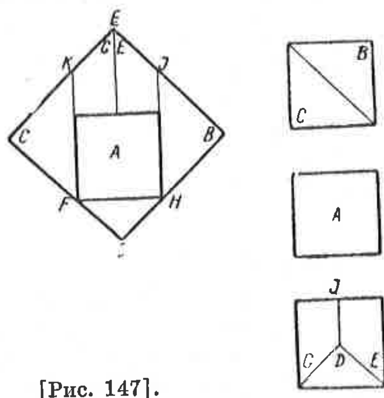
ся геометров, то им известна истина того, что мы хотим получить при помощи доказательства, если они доказывают то, чем пользуются ремесленники и землемеры. Для геометров характерно то, что, когда их спрашивают о разделении фигур и умножении линий, они приходят в замешательство и им нужно много времени для размышления. Иногда это приближает их к решению, а иногда нет. Я присутствовал при некоторых спорах, в которых участвовали и ремесленники, и геометры. Их спрашивали о построении квадрата из трех квадратов. Что касается геометра, то он легко находил сторону квадрата, состоящего из трех квадратов. Но это не удовлетворяло ремесленников, так как ремесленнику нужно разделить эти три квадрата на части, из которых составлялся бы один квадрат, как это имело место в случае двух и пяти квадратов.[55] Что же касается ремесленников, то они предложили несколько способов для этого. Для некоторых из них были приведены доказательства, а остальные оказались ложными. Те, для которых доказательства нельзя было привести, казались очень близкими к

48 об. истинным, и || тот, кто смотрит на эти построения, думает, что они правильны.

Мы приведем эти способы, чтобы знать, какие из них правильные и какие нет. Мы не опираемся на зрение, [так как] зрение — плохой помощник в том, чтобы сказать, если этого захочет Аллах, какой из этих способов неверный.

Некоторые ремесленники помещают один квадрат в середине, разделяют второй [квадрат] диагональю [пополам] и помещают эти две части на сторонах квадрата. Середину третьего [квадрата] соединяют двумя линиями с двумя [его] вершинами, не лежащими на одной диагонали, и соединяют линией середину квадрата с серединой стороны, противоположной треугольнику, образованному двумя линиями [и стороной квадрата]. Этот квадрат разделится на две трапеции и треугольник. Этот треугольник помещают на нижней стороне первого квадрата, а две трапеции — на верхней стороне над ним так, чтобы их длинные стороны находились в середине. Получится квадрат, как показано на этом рисунке [рис. 147].

49 || Что касается рисунка, построенного им, то здесь применена хитрость. Тот, кто не обучен искус-



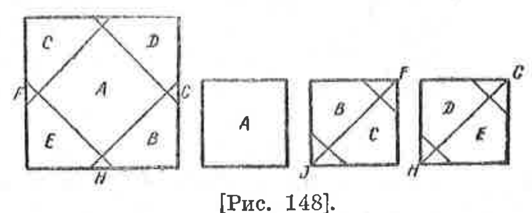
[Рис. 147].

ству геометрии, считает это построение правильным, но если рассмотреть его более подробно, то этот способ оказывается неверным. Хотя нам и кажется, что это правильно, но что касается углов и равенства сторон, то каждый из углов квадрата прямой, а его стороны равны, и поэтому кажется, что этот способ правилен. Каждый из углов треугольников *C*, *B*, *D*, являющихся углами квадрата, прямой, а четвертый угол состоит из двух углов, каждый из которых — половина прямого, т. е. из

углов *E* и *G* двух трапеций. Что же касается сторон, то они — прямые линии и равны. Каждая из этих сторон состоит из стороны квадрата. Поэтому они равны. Что же касается того, что они при этом построении прямые, то и это доказано, так как сумма всех углов при точке соединения прямых равна двум прямым и сумма трех углов при точке *H* равна двум прямым, поскольку один из этих углов —
49 об. угол квадрата, || а остальные два угла — углы треугольников, каждый из них — половина прямого. Таков же угол *F*. Что же касается угла *I*, то он [состоит из] двух углов, один из которых — угол треугольника, т. е. половина прямого, а другой угол — угол трапеции, т. е. полтора прямых. То же относится к углам при точке *K*. Поэтому если углы прямые, а стороны — прямые линии [равные между собой], то для каждого человека очевидно, что получится квадрат, состоящий из трех квадратов, и не находят места, где он допустил ошибку. Однако заметим, что, как известно, каждая сторона этого квадрата стала равна стороне одного из квадратов и половине его

диагонали. Но сторона квадрата, состоящего из трех квадратов, не может быть равна этой величине, так как она должна быть больше этой величины. Пусть каждая сторона квадрата — десять локтей; [тогда] для грамотного известно, что сторона квадрата, построенного из трех квадратов, приблизительно равна семнадцати локтям и одной трети, а сторона этого квадрата — семнадцать и половина одной седьмой. Между этими значениями большая разница. Когда мы разделили квадрат *BC* пополам и приложили каждую его половину к сторонам квадрата, отделенного
50 от [половин] квадрата || *BC* линиями *HI* и *FK*, то это невозможно, так как очевидно, что диагональ [квадрата] *BC* не равна стороне [третьего] квадрата, линия *HI* равна стороне квадрата *BC* и половине второй [его стороны], но она меньше этой [стороны], так как диагональ квадрата *BC* [приблизительно] равна четырнадцати и одной седьмой, а линия *HI* — пятнадцати. Этим непригодность этого разделения и построения доказана[56].

[XIV] Некоторые люди разделяют эти квадраты другим способом, непригодность которого проявляется еще яснее, чем в первом разделении. Они выделяют из диагонали двух квадратов в ее середине отрезок, равный стороне этого квадрата, и отсекают от вершин по диагоналям четыре треугольника. Таким образом, из двух квадратов получаются четыре разносторонних пятиугольника и четыре треугольника. Затем они помещают каждый пятиугольник к стороне третьего квадрата, и при четырех углах оказываются места для четырех треугольников. Они переносят эти треугольники в эти места [и] получают квадрат, состоящий, таким образом, из трех квадратов. Вот рисунок этого [рис. 148].



[Рис. 148].

50 об. || Это кажется верным для тех, кто не занимается геометрией и доказательствами, а когда они начинают вдумываться, то этот спо-

соб оказывается непригодным, потому что треугольники, которые они переносят в свободные места при вершинах квадрата, больше этих мест, так как эти свободные места заключены между двумя сторонами, а каждая сторона треугольника равна половине гипотенузы треугольника, отсекаемого от квадрата. Поэтому сторона этого треугольника равна гипотенузе треугольника, находящегося в свободном месте, а это невозможно. Пример этого. Если мы построим один треугольник ABC и один пятиугольник $AEGHD$ и перенесем пятиугольник на сторону квадрата, а треугольники на свои места, то точка C треугольника ABC совпадает с точкой H квадрата, [линия] AC треугольника ABC совпадает с линией AH пятиугольника, но [линия] AH пятиугольника равна [линии] HA треугольника, т. е. половине его гипотенузы, и гипотенуза прямоугольного треугольника получится равной стороне, т. е. AC, а это также невозможно.

Если AB — сторона восьмиугольника, вписанного в квадрат, а AE и BF равны сторонам восьмиугольника, то сторона квадрата

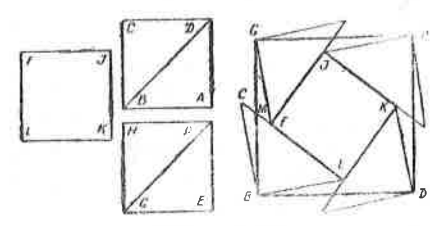
превышает сторону восьмиуголь-
51 ника, а линия EF || равна трем сторонам восьмиугольника. Так как сторона квадрата превышает сторону восьмиугольника, это также невозможно. Поэтому сторона квадрата, состоящего из трех квадратов, подавно меньше этого. Этим доказана неприменимость того, как поступали ремесленники.

[XV] Что касается разделения квадрата по правильному способу, установленному с помощью необходимых доказательств, о которых мы говорили, то разделим теперь два квадрата из трех пополам по их диагонали (получим четыре прямоугольника), расположим сторону каждого из них на сторонах третьего квадрата, причем расположим угол треугольника, равный половине прямого, над одним из углов квадрата, а гипотенузу треугольника расположим на стороне [квадрата]; тогда часть треугольника со стороны другого угла будет выступать. Соединим [вершины] прямых углов треугольников прямыми линиями; тогда получим сторону искомого квадрата. Выделим из каждого большого треугольника малый треугольник

и поместим его на место недостающего треугольника по другую сторону от стороны.

Пример этого. Если мы хотим
51 об. построить это || из трех равных квадратов *ABCD*, *EPGH* и *FIKL*, то разделим два из этих квадратов их диагоналями на две части, проведя *BD* и *PG*, и расположим их на сторонах [третьего] квадрата. Затем соединим [вершины] прямых углов треугольников линиями *BG*, *GP*, *PD* и *DB*. По каждую сторону от стороны треугольника имеется малый треугольник, равный треугольнику, выделяемому из большого треугольника. Поэтому треугольник *BLM* равен треугольнику *MFG*, так как угол *C* — половина прямого и угол *MFG* — половина прямого, два вертикальных угла треугольников при *M* равны, сторона *BC* равна стороне *FG*, поэтому остальные стороны одного треугольника равны остальным сторонам другого треугольника и один треугольник равен другому треугольнику. Поэтому если мы поместим треугольник *BCM* на место треугольника *MFG*, то линия *BG* будет стороной квадрата, состоящего из трех квадратов. Этот способ

правильный и самый близкий [к истине], так как он установлен с помощью доказательства [57]. Вот рисунок этого [рис. 149].

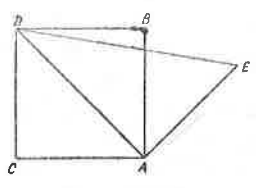


[Рис. 149].

[XVI] Если же геометр спросит о построении квадрата из большего или меньшего числа квадратов, то он находит линию, квадрат которой равен этим квадратам, и не обращает внимания на разделение квадратов. Поэтому когда его спрашивают о построении квадрата из трех квадратов, то он проводит диагональ одного квадрата, восставляет в одном из концов диагонали линию, перпендикулярную ей и равную стороне квадрата, и соединяет конец [перпендикуляра] и другой [конец] диагонали прямой линией; получается сторона квадрата, состоящего из трех равных
52 об. || квадратов.

Пример этого. Мы хотим построить квадрат, равный трем квадратам, каждый из которых равен квадрату *ABCD*. Проведем диагональ *AD*. Тогда *AD* — сторона [квадрата], построенного из двух квадратов. Далее восставим в точке *A* к линии *AD* перпендикуляр *AE*, равный линии *AC*, и соединим *E* с *D*. Тогда линия *ED* — сторона квадрата, равного трем квадратам, каждый из которых равен квадрату *ABCD*.

Когда геометр получает эту линию, он не пишет способа разделения этих квадратов, а говорит о построении на линии *ED* квадрата, равного трем квадратам. Вот рисунок этого [рис. 150].

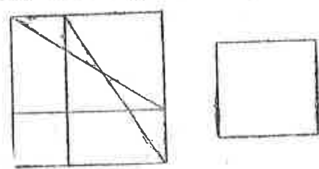


[Рис. 150].

Точно так же обстоит дело, если мы хотим [построить] квадрат, состоящий более чем из трех или менее чем из трех квадратов [58].

[XVII] О построении квадрата с
53 неизвестной || величиной стороны
из двух различных квадратов. Если производить построение, подобное изложенному нами построению квадратов, мы придем к общему методу построения квадрата или двух различных квадратов, к которому следует обратиться при сложении двух квадратов. Если мы хотим построить квадрат из трех квадратов, то мы построим квадрат из двух квадратов. Получим большой квадрат по сравнению с малым, т. е. третьим квадратом. Если мы построим из них квадрат, то получим искомое. Если мы хотим построить этот квадрат, то наложим малый квадрат на большой квадрат так, чтобы один его угол совпадал с одним из углов [большого квадрата], а две стороны лежали на двух сторонах. Далее продолжим стороны малого квадрата до пересечения [со сторонами большого квадрата] и выделим из большого квадрата [прямоугольник] со стороной малого квадрата, параллельной другой стороне [большого квадрата]. Тогда в большом квадрате останется прямоугольник. Отсечем от прямоугольника, выде-

ленного из большого квадрата, часть, составляющую с малым квадратом другой прямоугольник. Тогда от большого квадрата останется малый. Сохраним его. Далее рассечем два прямоугольника их диагоналями; получатся четыре треугольника. Их гипотенуза яв-
53об. ляется стороной || искомого квадрата. Затем поместим малый квадрат, сохраненный нами, в середину и присоединим к нему четыре треугольника, каждый из них к одной из его сторон так, чтобы прямые углы из квадрата примыкали к [прямым] углам треугольников. Получится большой квадрат, [состоящий] из двух квадратов. Вот рисунок этого [рис. 151].



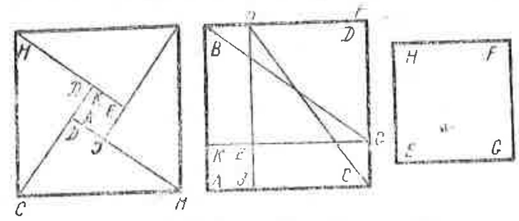
[Рис. 151].

Чтобы доказать правильность этого, построим большой квадрат *ABCD* и малый квадрат *GEHF*. Наложим малый квадрат на большой так, чтобы угол *F* наложился на угол *D*, линия *GF* — на линию

CD, а линия *HF* — на линию *BD*. Пересечем большой квадрат стороной *HE* в точке *I*; тогда из большого квадрата выделится прямоугольник *HIAB*. Отсечем из прямоугольника *HIAB* прямоугольник *KBHE*, равный прямоугольнику *IEGC*, и отбросим его. От большого квадрата останется малый квадрат *AKEI*. Далее образуем из двух прямо-
54 угольников || четыре треугольника, т. е. рассечем прямоугольники их диагоналями. Получатся четыре треугольника и малый квадрат. Поместим малый квадрат в середину и расположим четыре треугольника вокруг него так, чтобы угол *C* треугольника *DCH* примыкал к углу *K*, а сторона *DC* — к стороне *KA*, угол *D* треугольника *CHD* примыкал к углу *A*, а линия *CD* — к стороне *AI*. Оставшиеся два треугольника приложим так же, как эти два треугольника. Получится рисунок, который мы чертили раньше [рис. 152].

[XVIII] О разделении одного квадрата на квадраты, не состоящие из квадратов. Мы разъяснили такое разделение квадрата на большой и малый квадраты, когда величина стороны каждого из этих

квадратов известна. Если же это
54 об неизвестно, то приходится || производить разделение квадрата на два квадрата несколько раз, т. е.

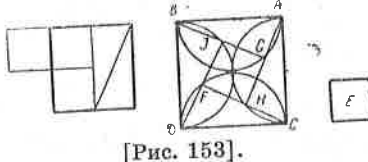


[Рис. 152].

решать другую задачу, в которой спрашивается, как выделить из большого квадрата малый квадрат известной величины и построить из оставшейся части квадрата другой квадрат. Если поступать так, как мы сказали, то мы должны обратить построение, изложенное выше.

Пусть дан большой квадрат, например квадрат *ABCD*, и малый квадрат, например квадрат *E*. Уже говорилось, как выделить из большого квадрата [квадрат], равный малому квадрату, и построить на оставшейся части другой квадрат, поэтому произведем это так, как сказано выше. Если мы хотим выделить из квадрата *ABCD* квадрат, равный *E*, и построить из остав-

шейся части другой квадрат, то опишем на каждой из сторон квадрата *ABCD* полукруг, из вершин каждого из углов *A*, *B*, *C* и *D* как из центра на расстоянии стороны квадрата *E* отметим на полукругах [точки] *G*, *H*, *F* и *I* и проведем линии *AGH*, *BIG*, *DFI* и *CHF*. Тогда в середине получим квадрат, а каждая из линий *CH*, *DF*, *BI*, *AG* равна стороне малого квадрата. Поэтому мы получили четыре треугольника и меньший квадрат. Составим из каждых двух треугольников прямоугольник, приложим
55 квадрат, находящийся || в середине, к одному из них так, чтобы они наложились друг на друга. Тогда избытки длин [прямоугольников] над длиной квадрата образуют меньший из двух квадратов, яв-



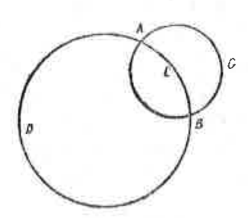
[Рис. 153].

ляющийся пересечением двух прямоугольников. [Отбрасывая этот квадрат], мы получим большой квадрат. Вот рисунок этого [рис. 153].

Десятая книга

О разделении сферы

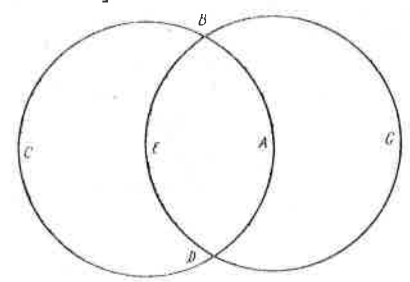
[I] Если он сказал: как провести на сфере большой круг, то опишем на ней произвольный круг *ABG* с полюсом *C*, далее разделим круг *ABG* пополам в точках *A* и *B* и опишем на сфере круг, проходящий через точки *A*, *C*, *B* и *D*. Это и будет большой круг на сфере. Вот рисунок этого [рис. 154].



[Рис. 154].

55 об. [II] ‖ Если он сказал: как провести на сфере два больших круга, пересекающихся под прямым углом, то проведем на сфере большой круг, например, круг *ABCD*, и разделим его на четыре равные части в точках *A*, *B*, *C*, *D*. Далее примем точку *A* за полюс и на расстоянии [от *A*] до *B* и *D* опишем круг. Это будет круг *BED*. Два больших кру-

га *ABCD* и *BED* пересекутся под прямым углом. Вот рисунок этого [рис. 155].

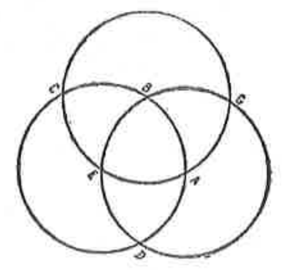


[Рис. 155].

[III] Если он сказал: построим на сфере три больших круга, пересекающихся под прямым углом, то построим, как раньше, два больших круга, пересекающихся под прямым углом в точках *A* и *C*. Это круги *ABCD* и *BEDG*, пересекающиеся под прямым углом. Далее разделим дугу *BCD* пополам в точке *C*, примем точку *B* за полюс и на расстоянии *BC* опишем круг *CEAG*. Тогда получим три круга:
56 *ABCD*, *BEDG* и *CEAG*, ‖ пересекающиеся друг с другом под прямым углом.[59] Вот рисунок этого [рис. 156].

[IV] Если он сказал: как провести большой круг, проходящий

через две точки на сфере, примем каждую из этих точек за полюс [пусть это точки *A* и *B*] и опишем

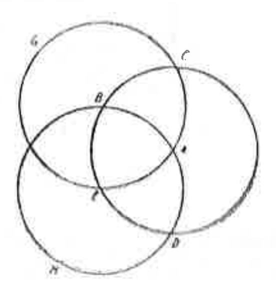


[Рис. 156].

на расстоянии четверти большого круга круги *CDEB* и *CGEA*. Эти круги пересекаются в точках *C* и *E*. Далее примем места пересечения за полюсы и на расстоянии [от них] до [данных] точек опишем круг, это будет круг *ABH*, являющийся большим кругом. Вот рисунок этого [рис. 157].

[V] О разделении сферы на четыре равные части, являющиеся равносторонними треугольниками. Если он сказал: как разделить
56 об. сферу || на четыре равные части, являющиеся равносторонними и равноугольными треугольниками, то проведем на ней три круга: это круги *ABCD*, *BEDG* и *CEAG*. Тогда

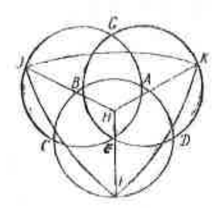
сферу разделим на восемь равных равносторонних треугольников; эти треугольники *ABE*, *AED*, *ADG*, *AGB*, *CBE*, *CED*, *CDG* и *CGB*. Проведем через центр одного из треугольников и через каждый угол этого треугольника дуги больших кругов и продолжим их до центров



[Рис. 157].

треугольников, примыкающих к нему. Если мы проведем дуги от этих центров до остальных двух углов каждого из этих треугольников и продолжим их до центров [примыкающих] треугольников, то мы разделим сферу на четыре равных равносторонних и равноугольных треугольника: это треугольники *IHF*, *IKH* и *FKH* и *FIK* [60]. Вот рисунок этого [рис. 158].

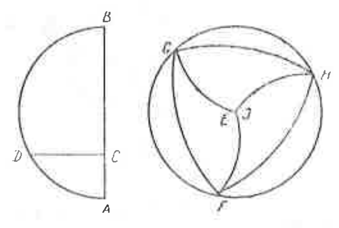
[VI] Другой [способ] разделения сферы на четыре равных равносторонних и равноугольных треугольника. Если он сказал: как разделить сферу на четыре [равных] тре-



[Рис. 158].

угольника с равными сторонами и
57 углами, если известен || диаметр сферы, то если диаметр сферы равен линии *AB*, построим на линии *AB* полукруг, отложим линию *AC*, [равную] трети *AB*, проведем линию *CD* перпендикулярно к линии *AB*; она встретит полукруг *ADB* в точке *D*. Возьмем на круге произвольную точку *E*, примем ее за полюс и на расстоянии *BD* опишем круг *FGH*, разделим его на три равные части в точках *G, H, F* и проведем через полюс и через каждую точку *G, H* и *F* дуги большого круга, пересекающиеся в точке *I*, а через каждые две из точек *G, H* и

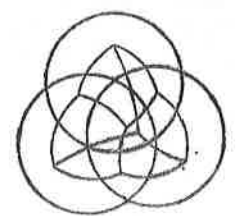
F — дугу большого круга. Тогда получим сферу, разделенную на четыре равносторонних и равноугольных треугольника. Это треугольники *IHF, IHG, FIG* и *GHF* [61]. Вот рисунок этого [рис. 159].



[Рис. 159].

[VII] О разделении сферы на шесть равных частей, являющихся равносторонними и равноугольны-
57 об. ми четырехугольниками. || Если мы хотим [построить] это, проведем на сфере три больших круга, пересекающихся под прямыми углами. Далее через центр каждых двух из восьми треугольников, полученных нами на сфере, проведем дуги больших кругов. Тогда сфера разделится на шесть равносторонних и равноугольных четырехугольников, и мы построим то, что хотели построить [62]. Вот рисунок этого [рис. 160].

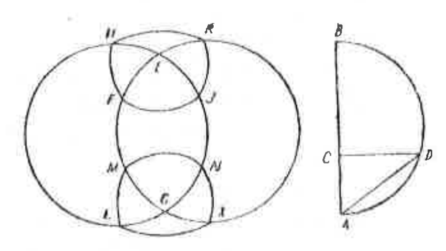
[VIII] Другой [способ] разделения сферы на шесть равносторонних и равноугольных четырех-



[Рис. 160].

угольников. Если он сказал: как разделить сферу на шесть равносторонних и равноугольных четырехугольников, если диаметр сферы равен линии *AB*, то построим на линии *AB* полукруг, отложим линию *AC*, являющуюся третью *AB*, восставим из точки *C* перпендикуляр *CD* к линии *AC* [и соединим *A* с *D*], проведем на сфере два круга, пересекающихся под прямыми уг-
58 лами в точках *E* и *G*, || примем каждую из точек *E* и *G* за полюс и отметим на расстоянии *AD* точки *H, F, I, K, L, M, N* и *X*, проведем через каждую из этих точек большие круги, т. е. четыре дуги между точками *H, F, I* и *K* и между точками *L, M, N* и *X*.

Тогда сфера разделится на шесть частей, являющихся равносторонними и равноугольными четырехугольниками [63]. Вот рисунок этого [рис. 161].

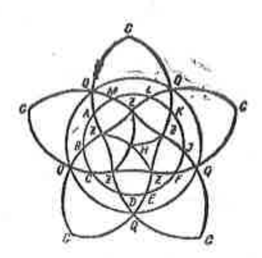


[Рис. 161].

[IX] О разделении сферы на двадцать равных частей, являющихся равносторонними и равноугольными треугольниками. Если он сказал: как разделить сферу на двадцать равных частей, являющихся равносторонними и равно-
58 об. угольными треугольниками, || то проведем на сфере большой круг *ABCD*, а его полюсы — точки *H* и *G*. Разделим этот круг на десять равных частей; это части *AB, BC, CD, DE, EF, FI, IK, KL, LM* и *MA*. Примем точки *A* и *B* за полюсы и на расстоянии дуги *BC* опишем два

круга, пересекающихся в точках *Z* со стороны полюса *H*. Затем примем точки *B* и *C* за полюсы и на расстоянии дуги *BC* опишем два круга, пересекающихся в точках *Q* со стороны полюса *G*. Построим при каждом из десяти делений большого круга, разделенного на десять частей, круги, пересекающиеся в точках *Z* со стороны точки *H* и в точках *Q* со стороны полюса *G*. У нас получатся пять точек со стороны полюса *H*, обозначаемые *Z*, и пять точек со стороны полюса *G*, обозначаемые *Q*. Соединим каждые две из этих точек, т. е. точки *Z* и *Q*, дугами больших кругов. Получатся десять треугольников, вершины которых — точки *Z* и *Q*, а основания [линии] *QQ* и *ZZ*. Далее проведем через каждую из точек *Z*,
59 || полюс *H* и через каждую из точек *Q* и полюс *G* — дуги большого круга. Получатся пять треугольников с вершинами в точке *H* и пять треугольников с вершинами в точке *G*. Таким образом, мы разделили сферу на двадцать равносторонних и равноугольных треугольников [64]. Вот рисунок этого [рис. 162].

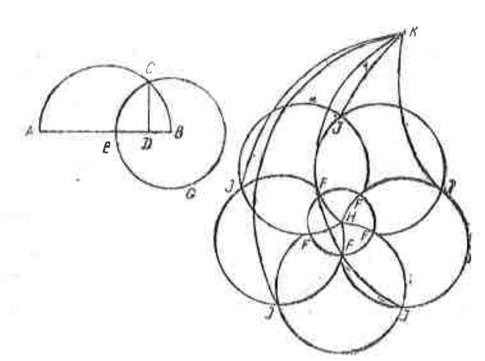
[X] Это же построение другим способом. Если мы хотим разделить сферу на двадцать частей, являющихся равносторонними и рав-



[Рис. 162].

ноугольными треугольниками, и диаметр сферы равен линии *AB*, то построим на линии *AB* полукруг *ACB*, отложим *BD* — одну пятую *AB*, восставим перпендикуляр *DC* к линии *DB*, примем точку *B* за центр и на расстоянии *BC* опишем круг *CEG*. Отложим дугу *CE*, [равную] одной пятой круга *CEG*. Отметим на сфере произвольную точку
59 об. *H*, || примем ее за полюс и на расстоянии *CE* опишем на сфере круг. Разделим круг на пять равных частей в [точках] *F*, проведем через каждые две такие точки дуги большого круга и через каждую из этих точек и через полюс так же

проведем дуги большого круга. Получим пять равносторонних и равноугольных треугольников на сфере с вершинами в точке *H* и с основаниями *FF*. Далее примем каждую из точек *F* за полюс и на взятом расстоянии опишем другие круги, пересекающиеся в точке *I*. Затем проведем через каждые две точки *F* и через каждые две точки *I* дуги большого круга. Тогда получим десять равносторонних и равноугольных треугольников. Затем примем каждые две точки *I*



[Рис. 163].

за полюс и на том же расстоянии опишем круги, пересекающиеся в точке *K*. Затем построим на каждой из точек *I* и на каждой из то-

чек *K* дуги большого круга. Тогда получим пять треугольников с равными сторонами [и углами]. Следовательно, разделим [поверхность] сферы на двадцать частей, являющихся равносторонними и равноугольными треугольниками[65]. Вот рисунок этого [рис. 163].

60 || Пора нам закончить эту книгу. Молитва за Мухаммада и его род и благодарность Аллаху, господину обоих миров. Сочинение ее было закончено рукой ученого Мухаммада Абу Насра ибн Мухаммада ибн Узлага ибн Тархана аль-Фараби одиннадцатого раджаба триста двадцать первого года. Бесконечная слава дарующему разум[66].

Примечания

к «Книге духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур»

1 «Книга духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур» (Китаб ал-хийал ар-руханиййа ва-л-асрар ат-таб‘иййа фи дакаик ал-

ашкал ал-хандасийййа) переведена с рукописи библиотеки Упсальского университета (Торнберг, 324). Других рукописей не найдено. Содержание этого трактата изучено А. Кубесовым (А. Көбесов. Фарабидың геометриялық трактаты, «Білім және еңбек», Алматы, 1969, № 7).

Это сочинение аль-Фараби состоит из 10 книг, почти полностью включенных в позднейший трактат Абу-л-Вафы аль-Бузджани (940—998) «Книга о том, что необходимо ремесленнику из геометрических построений» (см. «Физико-математические науки в странах Востока», вып. I (IV). М., 1966, стр. 56—130). I книга аль-Фараби содержит вторую половину II главы Абу-л-Вафы, II—IX книги почти полностью совпадают с III—X главами Абу-л-Вафы, X книга содержит первую половину XI главы Абу-л-Вафы.

[2] Традиционная форма начала сочинения ученых стран ислама, без упоминания об Аллахе и пророке Мухаммаде в то время не могло появиться ни одно произведение.

[3] Вопросу перечисления наук посвящен трактат аль-Фараби «Перечисление наук» (см. стр. 15—51 этого сборника).

[4] «Искусные приемы», по аль-Фараби,— особый раздел математики, где рассматриваются вопросы приложений математики к практике, другим наукам и искусствам (см. примечание 47 к «Математическому разделу «Перечисления наук»).

[5] Заголовок «О разделах центра» (фи аксам ал-марказ), по-видимому, является искажением какого-то текста.

[6] Задача об определении центра круга в рукописи отсутствует, но имеется в указанном трактате Абу-л-Вафы.

[7] Совпадает с построением предложения 25 книги III «Начал» Евклида (Евклид. «Начала», т. 1. стр. 105).

[8] Совпадает с построением предложения 17 книги III «Начал» Евклида (т. 1, стр. 99).

[9] Здесь аль-Фараби дает способ построения касательной к данной точке окружности с помощью линейки и циркуля постоянного раствора.

[10] Совпадает с построением предложения 16 книги III «Начал» Евклида (т. I, стр. 97).

[11] Правильность построения вытекает из предложения 34 книги I «Начал» Евклида (т. I, стр. 45).

[12] Правильность построения вытекает из предложений 29 и 6 книги I «Начал» Евклида (т. I, стр. 41 и 20).

[13] Правильность построения вытекает из того, что фигура *BEKG*— параллелограмм, и из предыдущего предложения.

[14] По существу совпадает с построением предложения 22 книги «Начал» Евклида (т. I, стр. 34).

[15] Правильность построения вытекает из того, что каждый угол равностороннего треугольника равен двум третям прямого угла.

[16] По существу совпадает с построением предложения 8 «Книги лемм» Архимеда (Архимед. Сочинения, пер. И. Н. Веселовского, пер. арабских текстов Б. А. Розенфельда. М., 1962, стр. 395).

[17] Это построение также основано на применении «вставки».

[18] Правильность построения вытекает из предложения 26 книги III «Начал» Евклида (т. I, стр. 106).

[19] Совпадает с построением в «Механике» Герона (Архимед. Сочинения, стр. 461).

[20] «Зажигательное зеркало» — парабола, «расстояние, на котором зажигается предмет» — фокусное расстояние. Аль-Фараби называет лекало тем же словом «мастара», что и линейку.

[21] Здесь приведен другой способ построения «Зажигательного зеркала» — параболы.

[22] Совпадает с построением предложения 46 книги I «Начал» Евклида (т. I, стр. 15).

[23] Совпадает с построением предложения 46 книги I «Начал» Евклида (т. I, стр. 57).

[24] Построение правильного пятиугольника с данной стороной отсутствует у Евклида. Правильность построения аль-Фараби вытекает из предложения 2 книги II «Начал» о делении линии в среднем и крайнем отношении (т. I, стр. 75) и из предложения 10 книги IV «Начал» Евклида о построении равнобедренного треугольника с углами 72° при основании и углом 36° при вершине (т. I, стр. 132).

[25] Это то же построение с помощью линейки и циркуля постоянного раствора, равного данной стороне.

[26] Построение правильного не-

стиугольника с данной стороной отсутствует у Евклида. Построение аль-Фараби опирается на построение равностороннего треугольника Евклида.

[27] Значение стороны правильного семиугольника с точностью до тысячных равно 0,868 радиуса описанного круга; построение аль-Фараби дает отрезок, равный 0,866 радиуса. Это приближенное значение имеется в «Метрике» Герона (Hero Alexandrinus, Rationes dimetiendi (Vermessungslehre), herausg. und übers. H. Sehöne, — «Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia», Bd. III. Leipzig, 1907, S. 1—185, S. 55). Здесь аль-Фараби не отмечает приближенного характера своего построения, но он говорит об этом ниже, рассматривая аналогичное построение семиугольника, вписанного в круг (см. прим. 41).

[28] Построение правильного восьмиугольника с данной стороной отсутствует у Евклида. Построение аль-Фараби сводится к построению равнобедренных прямоугольных треугольников, гипотенуза которых равна данной стороне.

[29] Здесь та же задача решается линейкой и циркулем постоянного раствора, равного данной стороне.

[30] Построение правильного девятиугольника с данной стороной отсутствует у Евклида, сторона правильного девятиугольника точно не может быть построена с помощью циркуля и линейки. Здесь аль-Фараби не отмечает приближенного характера своего построения.

[31] Построение правильного десятиугольника с данной стороной отсутствует у Евклида. Построение аль-Фараби сводится к построению радиуса описанного круга, являющегося большим отрезком при делении этого радиуса и данной стороны в среднем и крайнем отношении, что вытекает из предложения 9 книги XIII «Начал» Евклида (т. III, стр. 114).

[32] Здесь та же задача решается линейкой и циркулем постоянного раствора, равного данной стороне.

[33] Здесь аль-Фараби еще раз упоминает о геометрических основах искусств ремесленников.

[34] Эта задача является частным случаем задачи предложения 2 книги IV «Начал» Евклида для

равностороннего треугольника. Построение аль-Фараби опирается на предложение 15 книги IV «Начал» Евклида о построении вписанного правильного шестиугольника (т. I, стр. 138).

[35] Эта задача является частным случаем задачи предложения 3 книги IV «Начал» Евклида для равностороннего треугольника. (т. I, стр. 124).

[36] Совпадает с построением предложения 6 книги IV «Начал» Евклида (т. I, стр. 128).

[37] Здесь та же задача решается линейкой и циркулем постоянного раствора, равного радиусу круга. Далее приводятся еще три решения той же задачи линейкой и циркулем того же раствора.

[38] По существу совпадает с построением предложения 2 книги IV «Начал» Евклида (т. I, стр. 133). Указанное построение аль-Фараби и доказательство его правильности имеется в 1 предложении книги I «Алмагеста» Птоломея (Ptolemaus, Handbuch der Astronomie, стр. 25).

[39] Здесь та же задача решается линейкой и циркулем постоянного раствора, равного радиусу круга.

Далее приводится еще одно решение той же задачи.

[40] Совпадает с построением предложения 15 книги IV «Начал» Евклида (т. I, стр. 138).

[41] Здесь аль-Фараби отмечает, что построенная им дуга — «одна седьмая круга приближенно, а не точно».

[42] Здесь приводятся фактически два способа построения вписанного правильного десятиугольника.

[43] Совпадает с построением предложения 5 книги IV «Начал» Евклида (т. I, стр. 126). Далее приводится еще одно решение этой же задачи.

[44] Совпадает с построением предложения 9 книги IV «Начал» Евклида (т. I, стр. 131).

[45] Задача совпадает с предложением 14 книги IV «Начал» Евклида (т. I, стр. 138), но в отличие от Евклида, находившего центр описанного круга в пересечении двух биссектрис, аль-Фараби находит его в пересечении двух перпендикуляров, восставленных в серединах сторон.

[46] Построение опирается на тот факт, что сторона вписанного пра-

вильного многоугольника равна радиусу круга.

[47] Совпадает с построением предложения 4 книги IV «Начал» Евклида (т. I, стр. 125).

[48] Здесь приводится построение квадрата, описанного около пятиугольника таким образом, что четыре вершины пятиугольника находятся на сторонах квадрата, а пятая вершина — на диагонали квадрата, и построение правильного пятиугольника, вписанного таким же образом в квадрат. Второе построение состоит в том, что строится пятиугольник, сторона которого находится в таком отношении к стороне данного квадрата, что прямая QR проходит через середину стороны MN; строится квадрат, описанный около пятиугольника, и искомый пятиугольник получается из построенного пятиугольника увеличением его сторон в том же отношении.

[49] Здесь приводятся построения треугольников, больших или меньших данного в указанное число раз. В первом и третьем случаях, когда строящийся треугольник подобен данному, это преобразование треугольников является гомотетией: в первом случае с центром в одной из его вершин, в третьем — в одной из внутренних точек треугольника. Во втором случае преобразование треугольников представляет собой растяжение от прямой.

[50] Здесь приводятся семь способов деления четырехугольников пополам.

[51] Здесь рассматриваются девять задач отделения от трапеции ее трети и другой доли и разделение ее пополам.

[52] Построение является гомотетией с центром в центре квадрата.

[53] Здесь приводятся пять задач разделения квадрата, треугольника и трапеции на две и три равные части и на треть и две трети «с оставлением пути». Это задачи на раздел земельных участков с оставлением подхода данной ширины к новым участкам. Построения аль-Фараби правильны только при определенной ширине пути.

[54] Построение квадрата из m^2+n^2 равных квадратов основано на соотношении $m^2+n^2=(m-n)^2+$ $+2\,mn$.

[55] «Способ геометров» построения квадрата, равновеликого сум-

ме квадратов, основан на обобщении теоремы Пифагора, в силу которой квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов его измерений (см. прим. 58). Геометр мог бы решить эту задачу и с помощью гомотетического увеличения квадрата в три раза, что подобно построению, применявшемуся аль-Фараби в задаче XXVI восьмой книги. Эти способы не удовлетворяют ремесленников, так как не дают рецепта раскроя трех квадратов на куски, из которых составляется квадрат, равный трем данным.

[56] Сторона квадрата, построенного по «способу ремесленников», равная $10\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 17,\ 0713$, меньше $10\sqrt{3}=17{,}321$; аль-Фараби приближенно выражает эти величины дробями $17\frac{1}{14} \simeq 17{,}0714$ и $17\frac{1}{3} \simeq 17{,}333$.

[57] Здесь аль-Фараби предлагает оригинальный метод построения квадрата, равновеликого сумме

трех равных квадратов. По мнению аль-Фараби, такой способ очень удобен для ремесленников, так как с его помощью можно просто перекроить три малых квадрата в один большой.

[58] Здесь аль-Фараби подробно излагает «способ геометров» построения квадрата, равновеликого сумме трех квадратов. В случае n квадратов эту задачу также можно решить с помощью гомотетического увеличения квадрата в n раз, подобного построению, применявшемуся аль-Фараби в восьмой книге; эту задачу можно решить и $(n-1)$-кратным применением теоремы Пифагора. Поскольку «способ геометров» формулируется здесь как пространственное, а не плоское построение, то слова аль-Фараби о том, что «точно так же обстоит дело, если мы хотим построить квадрат, состоящий более чем из трех или менее чем из трех квадратов», указывают, по-видимому, на мысленное построение в многомерном кубе. Историк XIII в. Ибн Аби Усейбия в своих «Источниках сведений о разрядах врачей» упоминает о недошедшем до нас трактате аль-Фараби «Введение в

воображаемую геометрию» (Китаб ал-мудхал ал-хандаса ал-вахмийя), где, весьма возможно, были рассмотрены вопросы, связанные с многомерными обобщениями куба. В этой связи заметим, что в IX—X вв. на Востоке получили распространение геометрические степени выше третьей — «квадрато-квадрат», «квадрато-куб», «кубо-куб» и так далее, представляющие собой переводы терминов Диофанта, и поэтому, весьма естественно, что аль-Фараби воспринимал эти степени как многомерные обобщения куба.

В заключение заметим, что в задачах о разделении многоугольника аль-Фараби также имел предшественника в лице аль-Кинди, которому, как сообщает Ибн ан-Надим, принадлежит недошедший до нас «Трактат о разделении треугольника и квадрата и их построениях» (Рисала фи таксим ал-мусаллис ва-л-мурабба ва амалхума).

[59] Равносильно построению правильного октаэдра, вписанного в сферу, в предложении 14 книги XIII «Начал» Евклида (т. III, стр. 124).

[60] Равносильно построению правильного тетраэдра, вписанного в сферу, в предложении 13 книги XIII «Начал» Евклида (т. III, стр. 121).

[61] По существу совпадает с построением упомянутого предложения 13 книги XIII «Начал» Евклида.

[62] Равносильно построению куба, вписанного в сферу, в предложении 15 книги XIII «Начал» Евклида (т. III, стр. 125).

[63] Совпадает с построением упомянутого предложения 15 книги XIII «Начал».

[64] Равносильно построению икосаэдра, вписанного в сферу в предложении 16 книги XIII «Начал» Евклида (т. III, стр. 127).

[65] Совпадает с построением упомянутого предложения 16 книги XIII «Начал» Евклида. В рисунке имеется дефект.

[66] 11 раджаба 321 г. хиджры — 7 июля 933 года.

2 Комментарии к трудностям во введениях к первой и пятой книгам Евклида[1]



Точка — это то, у чего нет частей. Линия — это длина, у которой нет ширины. Края линии — две точки. Прямая линия — та, которая расположена одинаково по отношению к любым точкам на ней. Поверхность — это только длина и ширина. Края поверхности — линии. Ровная поверхность, называемая плоскостью,— та, которая расположена одинаково по отношению к любым прямым линиям, целиком лежащим на ней [2].

Сказал Абу Наср Мухаммад ибн Мухаммад аль-Фараби: все перечисленное находится в телах и может быть ощущаемым и мыслимым, смотря по тому, каковы тела — ощущаемые или мыслимые. Однако мыслимое можно мыслить само по себе, а ощущаемое ощущается вместе с другими качествами, которые постигаются в этих телах осязанием, как тепло и холод, сырость или сухость, и то, что выте-

кает из них или из некоторых из них, как твердость и мягкость, гладкость и шероховатость [3]; или постигаемыми вкусом — таковы обладающие одним из вкусов: сладостью, горечью или другими; или постигаемыми обонянием — таковы обладающие запахом; или постигаемыми слухом — таковы обладающие звуком; или постигаемыми зрением — таковы обладающие видом. То, что перечислено в сочинении Евклида, также постигается осязанием и зрением или одним из них. Но постигаемое осязанием связано с теплом, холодом или другим осязаемым, а постигаемое зрением — с белизной, чернотой или другим видимым. Мыслимое же можно мыслить как с качествами, ощущаемыми вместе с ним, так и без этих качеств. В сочинениях математиков все это мыслится без этих качеств, будучи отвлеченным и обособленным от них, в то время как в физике все это рассматривается вместе с этими качествами [4]. И когда разум выделяет их и исследует, рассматривая их без этих качеств, то он трактует только о том, что входит в их сущность и отвлечено от ощу-

щения [5]. Действие разума, отделяющего каждую вещь от связанных с ней ощущений, производится для исследования только сущности этой вещи. В этом и состоит деятельность разума. В данном же сочинении рассматриваются вещи, мыслимые уже по своему определению, т. е. они определяются без связанных с ними качеств, ощущаемых вместе с ними, как тепло и холод, белизна и чернота, движение и покой [6], а также без причин какой-либо из этих вещей. Они определяются в этих книгах лишь с
2 об. тем, что || мыслится в этом сочинении. Подобно тому, как эти вещи связаны чувством с цветом, с теплом или холодом или с другими ощущениями, точно так же по своей сущности они прежде всего связаны друг с другом, так как в действительности точка не обособлена от линии, линия не обособлена от поверхности, а поверхность — от тела [7]. Подобно тому, как разум разложил тело, обособив эти вещи и мысля их отдельно, так и каждая из них по своей сущности стремится обособиться от другой сущности. Разум счел точку обособленной от линии, линию от

поверхности, а поверхность от тела, так как, хотя они связаны друг с другом, их сущности обособлены. Так как действие разума обособляет всякую мыслимую вещь по ее сущности от другой сущности, он стремится определить эти вещи так, чтобы они были обособлены друг от друга. Что касается способа получить самый лучший порядок изложения в этом сочинении, то такой порядок может быть двух видов: один, выдвигающий вперед то, что ближе всего для ощущения, и другой, выдвигающий вперед то, что ближе всего для разума.

Для ощущения ближе всего тело, потом — поверхность, затем — линия, и самым далеким из всего этого является точка. Для разума же ближе всего то, что он мыслит состоящим из меньшего числа частей, чем в других определяемых вещах. И чем меньше частей, тем ближе это для разума. И так мы дойдем до того, что по своей сущности мыслится не состоящим из частей. Поэтому порядок, соответствующий разуму, таков, что сначала идет точка, затем линия, затем поверхность и затем — тело [8]. Однако когда имеют в виду ученика, то, так как в начале обучения ученик более силен в том, что ощущается, мы вначале снова применяем порядок, соответствующий ощущению; в сочинении же принимается порядок, соответствующий разуму. Поэтому обучение надлежит начинать с ощущаемого тела, затем перейти к рассмотрению тела, отвлеченного от связанных с ним ощущений, потом к поверхности, затем к линии и к точке. Поэтому желательно, чтобы разум действительно направил сначала свое действие от ощущаемого в направлении анализа, пока не дойдем до точки; а затем уже желателен порядок, соответствующий разуму, т. е. синтез свойств [9].

Тело — это то, что протяжено
во всех направлениях, таково
тело как предмет исследования.
Физики же считают, что сущнос-
3 тью тела является не || протяжен-
ность и не то, что входит в протя-
женность; сущность тела только
сопровождается протяженностью,
и протяженность имеется у тела
не потому, что она есть его сущ-
ность, подобно тому как белизна
имеется у человека или у снега,
хотя белизна не является сущно-

стью снега. [Но хотя] говорят, что тело обладает протяженностью, подобно тому как о снеге говорят, что он обладает белизной, считают, что тело то, сущность чего связана с его протяженностью, и эта сущность есть протяженность во всех направлениях, имеющаяся в вещи и вне вещи. Поэтому, когда мы рассматриваем вещь, обладающую протяженностью во всех направлениях, мы будем называть ее обладающей сущностью телесности. Так подходит к этому Аристотель [10]. Он либо считает сущность, обладающую протяженностью, телом, либо называет телом протяженное во [всех] направлениях помимо его сущности. В его книге «Категории» тело есть один из видов количества [11]. И один из видов количества, называемый телом, может быть сущностью, обладающей протяженностью, только если рассматривать его как один из перечисленных в начале «Категорий» видов качества, называемый телами во многих местах «Физики» [12].

Он говорит то же самое, считая их сущностями, обладающими протяженностью, и во введении к своему сочинению «О небе», где рассказывается о том, что значит сущность обладает телесностью и величиной [13]. Это объясняется тем, что он требует от тела протяженности. Он говорит о сущности телесности и телесных сущностях во многих местах [книги «О небе»] и повторяет их в своей книге «О возникновении и исчезновении» [14]. В книге «О небе» он делает это для легкости [изложения], но только кажется, что это его обыкновение, так как это делается для уменьшения сложности книги «О небе».

Иные же считают, что другие сущности не обладают [протяженностью] во [всех] направлениях, что эти три протяженности имеются только сами по себе, что протяженность не может быть сущностью помимо этого, что тело может быть протяженно, и нет разницы между возможностью протяжения тела во [всех] направлениях и его протяженностью во [всех] направлениях и что сущность есть тело, если она, кроме этого, является носителем других качеств, таких, как тепло и холод, белизна и чернота. На этом пути создавал свои сочинения Демокрит [15] и многие из физиков.

Математик же не согласен ни с одним из этих утверждений, так как, если предмет обладает протяженностью во всех направлениях, математик рассматривает протяженности как мыслимое помимо сущности предмета, не сопровождаемое другими свойствами. Они обособлены от сущности предмета
3 об. и рассматриваются || сами по себе, так как для математиков они только мыслимы. Математик отбросил оба эти толкования и в своем сочинении выбрал тот порядок, который он считал наиболее пригодным для него. Математик называет протяженность длиной и применяет ее и к телу, и к поверхности, и к линии. Многие люди, считающие, что тело есть телесная сущность, как это делают многие физики, полагают, что он сказал, что тело протяжено в длину, а не является длиной, но здесь не следует рассматривать тело как телесную сущность. Название длины применяется к сущностям постольку, поскольку они протяжены во всех направлениях, а именно к их наибольшей протяженности. Это название применяют к протяженности без ширины. Если же протяженность одинакова в двух направлениях, одну из протяженностей называют длиной, а другую — шириной. Математик же не предполагает этого у длины, понимая под длиной просто протяженность. Поэтому, говоря о длине тела, поверхности и линии, он имеет в виду протяженность, которая может иметь место в трех направлениях, в двух направлениях без третьего или в одном направлении без двух других.

Из сочинений математиков видно, что они считают шириной не самую малую протяженность, а протяженность во втором направлении, и что протяженность в третьем направлении является глубиной или толщиной. В их утверждении о том, что длина есть протяженность в любом направлении, назначенном человеком, все эти три названия объединены. И когда мы говорим только о длине, это то же, что сказать о протяженности в одном указанном направлении, каково бы это направление ни было. Когда говорят только о длине и ширине, этим указывают какие-нибудь два направления, принятые за первое и

второе, а когда говорят о длине, ширине и глубине или высоте, этим указывают на протяженность в направлениях, принятых за первое, второе и третье. Каждое из этих направлений можно представить как обособленно, так и вместе, как и в предыдущем случае можно представить каждые два направления вместе без третьего. Когда мы говорим о длине, ширине и глубине или высоте, мы действительно рассматриваем протяжение в трех направлениях и, возможно, объединяем их вместе и мыслим их совместно. В этом случае мыслимое есть абстрактное тело, т. е. тело, рассматриваемое в математике. Если же отбрасывают одно из направлений и оставляют длину и ширину, мыслимое есть поверхность, а если отбросить еще одно направление, которое будем считать шириной, и останется одно направление, которое будем считать длиной, мыслимое есть линия.

У тел можно образовать то, что
находится на их краях, т. е. края
4 тел; || в этом случае тело обладает
краем. Тело можно мыслить без
того, чтобы вместе с ним мыслить
его края, так как край тела — это

не тело, а поверхность. Поверхность в направлении глубины или толщины неделима, но делима в направлениях длины и ширины, т. е. в двух направлениях, в которых она протяжена [16].

Поверхность — это край тела в направлении глубины или толщины, и поэтому она неделима в том направлении, в котором является краем. Поверхность также обладает краем, этот край — линия. Линия делима в направлении своей протяженности, она является краем поверхности не в этом направлении, а в том, где нет протяженности, т. е. в направлении ширины и глубины; в этом направлении, т. е. где она является краем, линия неделима [17]. Таким образом, линия неделима в двух направлениях — в направлении ширины и в направлении глубины. Линия также обладает краем, который не является линией. Так же как линия и поверхность образуются, как край, в том направлении, в котором нет протяженности, край линии образуется, как ее край, в котором отсутствует протяженность линии; а так как линия протяженна только в одном направле-

нии, край линии неделим во всех направлениях. Математик называет край линии точкой, причем название края дается ему потому, что он примыкает к вещи, а название точки дается ему потому, что он мыслится обособленным от линии. Физики рассматривают точку как прилегающую к линии, а математики рассматривают ее мыслимой обособленно от линии и начинают с нее в изложении. Хотя точка и является концом, ее мыслят обособленной и по причине, о которой мы говорили, ставят в самое начало и начинают с определения точки.

Определение точки в математике сокращено по мере возможности, исходя из того, в чем она нуждается [18]. Математики говорят, что точка — это то, что неделимо. Ее нельзя разделить, подобно тому как делится линия, поверхность и тело, и для математика действительно необходимо только то, что она неделима. Однако сущность точки не объясняется этим определением, и это определение поэтому недостаточно для объяснения ее сущности, хотя и является вполне достаточным для того, в

чем нуждается это сочинение. Ведь кроме точки неделимы многие вещи, которые [при указанном определении] объединяются с ней, например, числовая единица [19]. Поэтому комментаторы этого сочинения дополнили это определение и сказали, что точка — это то, что неделимо и обладает положени-
4 об ем [20]. Это полезное ‖ добавление сделано для того, чтобы различить точку и числовую единицу.

[Математик] говорит, что линия — это только одна длина, и понимает это так, как сказано выше. Края линии—две точки. Это понятно само по себе. Далее он говорит, что прямая линия — та, которая расположена одинаково по отношению к любым точкам на ней. В словах этого определения имеется путаница и изъян [21]. Смысл его состоит в том, что прямая линия — та, которая необходимо расположена так, что лежащие на ней точки находятся друг против друга на самой этой линии. Это становится ясным, когда сравнивают прямую с кривой, и это характеризует прямую, так как точки, лежащие на кривой, не находятся друг против друга на самой этой линии, а на-

ходятся друг против друга на других линиях, являющихся прямыми, и только для прямой линии точки, лежащие на ней, находятся друг против друга на самой этой линии [22].

Далее он говорит, что поверхность — это только длина и ширина, а края поверхности — линии. Это понятно само по себе. Далее он говорит, что плоская поверхность — та, которая одинаково расположена по отношению к любым прямым линиям, лежащим на ней. Это следует понимать так, что плоская поверхность — та, от которой требуется, чтобы лежащие на ней линии находились друг против друга на всей этой поверхности [23]. Это становится также ясным, когда сравнивают ее с телесной поверхностью, ибо поверхности бывают двух родов — плоские и телесные; такова сфера. Линии, лежащие на ней, не лежат друг против друга на самой этой поверхности, а находятся друг против друга на плоских поверхностях [24].

Далее он говорит, что плоский угол есть наклонение друг к другу двух линий, встречающихся на

плоскости, но не расположенных по одной прямой [25]. В этом выражении есть путаница и противоречие, и следует понимать это так, что плоский угол — это выемка, образующаяся при встрече двух линий, лежащих на одной плоскости и не расположенных по одной прямой, т. е. не [совпадают] прямые, по которым они протяжены. Выемка на одной линии образует искривление линии, а если две линии встречаются, то на месте их встречи линия образует выпуклость и выемку, а именно — выпуклость в направлении наружу и выемку в направлении внутрь [26]. Поэтому угол есть некоторая выемка, но не всякая, образующаяся при встрече двух линий, наклоненных друг к другу на плоскости и не расположенных по одной прямой.

Телесный же угол — это выемка, образованная при встрече трех линий, каждые две из которых образуют плоский угол [27].

Определение плоского угла охватывает плоский угол между двумя прямыми линиями, являющийся наклонением двух [прямых] линий. Поэтому математик говорит,

что если две линии, заключающие
5 || угол,— прямые, угол называется
прямолинейным [28]. Это и понятно
само по себе.

Еще следует разъяснить из этого введения, когда математик говорит, что граница — это край вещи [29]. Следует понимать это так, что это край, окружающий вещь. Точка есть край чего-то, но ее не называют границей, а говорят, что граница или границы — это то, что окружает фигуру. Фигура же — это поверхность, обладающая окружающим ее краем — одной линией или более чем одной-двумя, тремя или еще более, или тело, обладающее окружающим его краем — одной, двумя, тремя или более поверхностями. Всякую поверхность окружает линия или несколько линий, а тело окружает одна или несколько поверхностей [30].

Фигуры бывают двух родов — плоские и телесные. Плоские — это те, у которых имеется только длина и ширина, а телесные — когда к определению плоской фигуры присоединяют определяемое одним из слов — толщина или глубина.

Все остальное в этом введении понятно само по себе.

Из пятой книги

Сказал Абу Наср: «Доля — это то, что измеряет целое равными частями, а часть — то, что измеряет неравными частями». Следует понимать, что у Евклида в этой книге идет речь о доле [31], и он как бы говорит: я буду подразумевать именно это под любым из этих слов — доля и часть, хотя никто из людей не смешивает оба эти понятия. Доле противоположно кратное [32], а части — целое, хотя в некоторых сочинениях целое смешивают с другими понятиями.

Далее он говорит, что отношение — это взаимозависимость по мере между двумя однородными величинами [33], и этим хотят сказать, что одна из величин по мере больше, или равна, или меньше другой. Говоря «однородные», считают, что обе величины — одного из трех родов, рассматриваемых в математике, а именно: линии, поверхности и тела. Их называют родами, так как в математике нет более общего рода, чем эти три, и эти три рода рассматриваются в математике. Хотя имеются более

общие роды, чем эти, в качестве родов берутся именно эти три. Поэтому две величины являются двумя поверхностями, или двумя линиями, или двумя телами. Взаимозависимость по мере между линией
5 об. и поверхностью невозможна, || так как невозможно сказать, что поверхность больше, чем линия; можно только сказать, что длина поверхности больше линии. Но одна длина есть линия и это — то же, что сказать: линия поверхности длиннее другой линии, и мы получим две однородные линии. Точно так же, когда говорят, что тело больше или меньше поверхности, имеют в виду, что поверхность тела больше или меньше другой поверхности [34].

Далее он говорит, что величины, обладающие отношением,— такие, что если взять их кратными, они могут превзойти друг друга [35]. Как говорят люди, тем самым он считает, что величины однородны, когда они могут превзойти друг друга, если взять их кратными. Считая так, относят к называемому одним родом то, для чего возможно такое взятие кратным [36]. Затем говорит, что когда берут крат-

ным, то возможно прибавление величины друг к другу. Но прежде чем брать кратным, нужна возможность прибавления величины друг к другу [37]. Если так, то когда величины разделяют на доли, вместо взятия кратного также нужна возможность прибавления их друг к другу. При этом говорится о [возможности] прибавления величин друг к другу, а не о возможности вычитания их друг из друга. Однако говорят, что если величины можно прибавлять друг к другу, тем самым их можно и вычитать друг из друга, а также возможно равенство величин. Следует знать, что причина предпочтения возможности прибавления вместо каждой из двух других возможностей, а также взятия кратным состоит в том, что взятие кратным и прибавление величин более обозримы и более известны, чем вычитание и деление на доли. Таким образом, определение этого понятия производится с помощью более известного.

Это действительно считается определением величин, между которыми имеется отношение, [независимо от того], будет ли это отно-

шение рационально или иррационально [38]. При этом не нужно указывать, что величины, между которыми имеется отношение, однородны, ибо это уже ясно из сказанного, что они однородны в силу определения отношения. Отношения же между величинами иногда бывают рациональными, а иногда — иррациональными.

Желая определить величины, между которыми имеется отношение, он говорит, что между величинами в их совокупности имеется отношение, если при взятии их кратными возможно, что одна из них прибавляется к другим. Если бы линии, поверхности и тела, по нескольку в каждом роде, имели бы отношение, было бы возможно,
6 чтобы ‖ поверхности относились к линиям, а тела — к линиям и поверхностям. Тогда каждая из этих величин, если взять ее кратной, могла бы прибавляться к другим, или вычитаться из других, или быть равна им, так как наличие отношения между величинами означает, что если и берут кратное любой из этих величин, среди остальных величин можно найти такие, которые прибавляются к нему

или вычитаются из него. Поэтому если величины — линия, поверхности и тело, между ними нет отношения, так же как между двумя линиями или двумя телами и поверхностью и вообще между двумя величинами одного рода и одной величиной другого рода. А это, как мы говорили, действительно было бы возможно, если она прибавлялась бы к этим двум величинам. Первое же из упомянутых нами мнений, определенное для двух величин, относится только к двум величинам [39].

Примечания к «Комментариям к трудностям во введениях к первой и пятой книгам Евклида»

[1] «Комментарии к трудностям во введениях к первой и пятой книгам Евклида» (Шарх ал-мустаглак мин мусадара ал-макала ула ва-л-хамиса мин Уклидис) не сохранились в арабском оригинале, название этого трактата упоминается Ибн Аби Усейбией в его указанной выше «Книге источников» (т. II, стр. 140).

Настоящий перевод сделан с

перевода на древнееврейский язык, выполненного, по-видимому, Моисеем ибн Тиббоном (ок. 1210 — ок. 1290), работавшим в Монполье (Франция). Перевод сделан по двум рукописям, хранящимся в Баварской государственной библиотеке (Мюнхен) № 290 (лл. 2—6) и 36 (лл. 17—18). В переводе указана пагинация по рукописи № 290, в рукописи № 36 комментарии к I книге изложены на л. 17 об., а комментарии к V книге — на л. 18. Древнееврейский перевод в обеих рукописях озаглавлен «Комментарии Абу Насра аль-Фараби к трудностям во введениях к первой и пятой книгам Евклида» (Пируш Абунецер Алфараби ли-ф Тихут хамамар ха рашун ва ха-хамиш миспар Оклидис). Настоящий перевод с примечаниями Б. А. Розенфельда был опубликован в журнале «Проблемы востоковедения» (1959, № 4, стр. 93—104), на стр. 95 этой публикации приведена фоторепродукция л. 2 рукописи № 290. Изучению содержания этого трактата посвящена и статья А. Кубесова «Евклид и аль-Фараби» («Білім жəне енбек», 1970, № 4).

Под «введениями» аль-Фараби понимал вводные части книг «Начал» Евклида, состоящие из определений, аксиом и постулатов (Евклид. «Начала», т. I, стр. 11—15 и 142—144).

Аль-Фараби, развивая положение Аристотеля, согласно которому установление основных понятий математики относится к компетенции философа, а не математика, в своем «Перечислении наук» эти вопросы относит к метафизике. По классификации аль-Фараби второй из трех разделов метафизики занимается «исследованием начал доказательств в частных (конкретных) теоретических науках, таких, как логика, геометрия, арифметика и другие аналогичные науки, каждая из которых изучает особые существа в отдельности; метафизика исследует принципы логики, основы математики, начала физики: исправляет их, определяет их субстанции, указывает на неправильные суждения, высказанные древними о началах этих наук, как, например, положения о том, что точка, единица, линии и поверхности являются субстанциями, что они различающие,

а также аналогичные этому мнению о началах других наук» (Аль-Фараби. «Ихса ал-Улум», стр. 99—100). Вслед за аль-Фараби такой же установки придерживались Омар Хайям, Насир ад-Дин ат-Туси и др. Как видно из названия трактата, аль-Фараби в своих комментариях к Евклиду преследует цели объяснения и обоснования некоторых введенных Евклидом основополагающих геометрических понятий.

[2] Это — первые определения Евклида (Евклид. «Начала», т. I, стр. 11).

[3] Среди древнегреческих ученых было распространено мнение, что все качества происходят от различных комбинаций тепла, холода, сырости и сухости; четыре «стихии», из которых состоят все вещи,— огонь, воздух, вода и земля — являются комбинациями теплого и сухого, теплого и сырого, холодного и сырого, холодного и сухого (см. например, Aristote. De la generation et de la corruption. Trad. I. Tricot. Paris, 1934, p. 105).

[4] Здесь аль-Фараби указывает на характерную особенность предмета математики от предмета физики. О предмете как математики, так и физики аль-Фараби подробно останавливался в упомянутом трактате «Перечисление наук».

В своем трактате «Происхождение наук» аль-Фараби объясняет, каким образом возникли все науки, в частности физико-математические науки, из субстанции и акциденции и каким образом они получили самостоятельное существование. (Григорьян С. Н. «Из истории философии Средней Азии и Ирана». М., 1960, стр. 148—156).

[5] Здесь аль-Фараби поддерживает материалистический тезис Аристотеля о том, что математические понятия получены путем абстракции от предметов реального мира, в противовес идеалистической точке зрения Платона, считавшего математические понятия врожденными (Аристотель. «Метафизика», пер. А. В. Кубицкого. М., 1934, стр. 185—186).

Развивая и конкретизируя эту мысль, аль-Фараби в «Перечислении наук» пишет: «Все эти математические науки на самом деле рассматривают линии, поверхности, тела, числа и тому подобное, как понятия, отвлеченные от есте-

ственных (физических) тел» (см. стр. 32 этого сборника).

[6] Аристотель считал, что движение не может рассматриваться в математике: «Математические предметы чужды движению, за исключением тех, которые относятся к астрономии» (Аристотель. «Метафизика», стр. 33). Однако аль-Фараби не отрицал применимость математики к изучению движений. Примером тому может служить успешное применение им математических методов в «Большой книге музыки» для изучения звуковых (колебательных) явлений (Al-Farabi. Grande Traite de la Musique, т. 1).

[7] Аль-Фараби придерживается материалистического взгляда Аристотеля, согласно которому точки, линии и поверхности не существуют отдельно от реальных вещей, выступая тем самым против идеалистических воззрений Платона о существовании идей отдельно от вещей (Аристотель. «Метафизика», стр. 220).

Он подчеркивает, что геометрическое тело — это ближайшая абстракция физического тела; поверхность является дальнейшей абстракцией, при которой отвлекаются не только от физических свойств тела, но и от одного из измерений; линия — следующая абстракция, при которой отвлекаются от двух измерений, а точка является максимальной абстракцией в этом направлении, при которой отвлекаются от всех трех измерений. Эту же мысль подчеркивал и Омар Хайям (1048—1131), который вслед за аль-Фараби пишет: «Согласно ученым несомненно, что линия может существовать только на поверхности, а поверхность — в теле, т. е. линия может быть только в теле и не может предшествовать поверхности» (Омар Хайям. «Трактаты», пер. Б. А. Розенфельда, вступ. статья и комментарии Б. А. Розенфельда и А. П. Юшкевича. М., 1961, стр. 115).

[8] Порядок определения основных геометрических образов, принятый у Евклида (точка, линия, поверхность, тело), при котором сначала определяются бо́льшие, а затем — меньшие абстракции в порядке «от общего к частному», характерен для дедуктивного изложения науки, наиболее последовательным приверженцем которого был Платон.

[9] Аль-Фараби считает, что при обучении последовательность изложения основных геометрических образов должна соответствовать порядку их появления в процессе абстрагирования от физических тел, иначе говоря, он предлагает порядок «от частного к общему», характерный для индуктивного изложения науки. В этом состоит основа критики им Евклида. В «Перечислении наук» аль-Фараби критикует Евклида также с этой точки зрения, где он пишет: «В книге, написанной Евклидом Пифагорейцем, изложены начала геометрии и чисел. Она известна под названием «Книга начал». Эти начала изучаются двумя методами: методом анализа и методом синтеза. Древние математики в своих сочинениях сочетали эти оба метода. Евклид построил свою книгу только методом синтеза» (см. стр. 22 этого сборника). Аль-Фараби исходя именно из этого принципа построил свою математическую теорию музыки в «Большой книге музыки». По этому поводу он пишет: «До сих пор мы пользовались анализом, чтобы изучить само по себе искусство музыки, воспользуемся и синтезом.

Анализ вынуждает нас классифицировать элементы в известном порядке, т. е. в том порядке, в котором эти элементы нам известны. Синтез, наоборот, классифицирует элементы согласно порядку, в котором они действительно существуют» (Al-Farabi. Grande Traite de la Musique, т. I, p. 158).

При этом отправным пунктом для аль-Фараби является точка зрения Аристотеля на происхождение математических понятий. Именно этот порядок изложения впоследствии применялся Н. И. Лобачевским, великое открытие которого также было следствием критики с материалистических позиций платоновской идеи о врожденности геометрических понятий (Н. И. Лобачевский. «О началах геометрии». Полн. собр. соч., т. I. М.—Л., 1946, стр. 188—189).

[10] Аристотель определяет линию, поверхность и тело следующим образом: «Если [что-нибудь делимо] в одном направлении [оно называется] линией, [то, что делимо] в двух отношениях — плоскостью, [то, что делимо] по количеству всячески, а именно в трех направ-

лениях — телом (Аристотель. «Метафизика», стр. 86).

[11] В «Категориях» Аристотеля говорится: «Между количествами одни раздельны, другие непрерывны. Раздельными являются, например, число и речь, непрерывными линия, поверхность, тело» (Аристотель. «Категории». Пер. А. В. Кубицкого. М., 1939, стр. 14).

[12] Например, в I главе II книги «Физики» Аристотель говорит: «По природе, мы говорим, существуют животные и части их, растения и простые тела, как-то: земля, огонь, вода, воздух. Все упомянутые тела, очевидно, отличаются от того, что образовано не природой» (Аристотель. «Физика». Пер. В. П. Карпова. М., 1937, стр. 28).

[13] В I главе I книги трактата «О небе» Аристотеля читаем: «Среди сложных сущностей, имеющихся в природе, одни суть тела и величины, другие обладают телом и величиной, а третьи суть начала тех, которые обладают величиной и телом» (Aristote, Traite du ciel. Trad. J. B. St-Hilaire. Paris, 1866, p. 2).

[14] «О возникновении и исчезновении» — трактат Аристотеля, посвященный возникновению и исчезновению физических тел. Он входит в группу физических трактатов Аристотеля вместе с «Физикой», «О небе» и «Метеорологией» (см. прим. 3).

[15] Математические работы великого древнегреческого материалиста Демокрита основывались на атомистических представлениях о неделимых элементах пространства, имеющих конечный, хотя и «сверхчувственно малый», объем. Конечное тело, по Демокриту, состоит из конечного числа элементов пространства. Эти представления применялись Демокритом к вычислению объема пирамиды и других тел. Взгляд Демокрита об «атомах» пространства сближает его представления о геометрических и физических телах (О математических работах Демокрита см. С. Я. Лурье. «Теория бесконечно-малых у древних атомистов». М.—Л., 1935, стр. 48—78). Аристотель, считавший пространство неограниченно делимым, часто полемизировал с геометрическими взглядами Демокрита. Так, в «Физике» Аристотель утверждает, что «невозможно ничему непрерывно-

му состоять из неделимых частей, например, линии из точек, если линия непрерывна, а точка неделима» (Аристотель. «Физика», стр. 124). Полемике с Демокритом в значительной степени посвящен и трактат Аристотеля «О возникновении и исчезновении», где приведен наиболее крупный дошедший до нас отрывок из сочинений великого древнегреческого материалиста, содержащий изложение его математических взглядов (Aristote. De la generation et la corruption, кн. I, гл. 11, стр. 14—20; русский перевод этого отрывка см. С. Я. Лурье. Указ. соч., стр. 58—59).

[16] По Аристотелю, поверхность делима в двух направлениях: в третьем направлении («направлении глубины или толщины») Аристотель считает поверхность неделимой (см. прим. 10).

[17] Согласно Аристотелю, линия делима лишь в одном направлении; в двух остальных направлениях («направлениях ширины и глубины») Аристотель считает линию неделимой (см. прим. 10).

[18] «Сокращенное» определение точки у Евклида — «Точка есть

то, что не имеет частей», т. е. то, что неделимо (Евклид. «Начала», т. I, стр. 11). У Аристотеля точка определялась следующим образом: «Неделимое во всех отношениях и имеющее положение [называется] точкой» (Аристотель. «Метафизика», стр. 86).

[20] Аль-Фараби предпочитает определение точки Аристотелем как неделимого, наделенного положением, определению Евклида, не указывающему на положение точки. Отказ Евклида от указания на положение точки, при котором определение ее не отличается от определения единицы, связано с отрицанием им всех связей между геометрией и реальным миром. Эта установка, с одной стороны, была прогрессивной по сравнению с мистическими воззрениями пифагорейцев и платоников о сверхъестественном влиянии числовых отношений и геометрических форм на реальный мир; с другой стороны, установка Евклида отражает его идеалистические устремления не решать задачи геометрии, имеющие практически важное значение. Аль-Фараби в своей критике Евклида по поводу определения точ-

ки исходит из материалистической концепции Аристотеля.

[21] Определение прямой линии у Евклида: «Прямая линия есть та, которая равно расположена по отношению к точкам на ней» (Евклид. «Начала», т. I, стр. 11) — крайне туманно и допускает разнообразные толкования. Христофор Клавий (Шлюссель, 1537—1612) основывает на одном из неправильных толкований этого определения свое «доказательство» V постулата: рассматривая линию, являющуюся геометрическим местом точек, равноудаленных от прямой, Клавий опускает из всех ее точек перпендикуляры на прямую и замечает, что поскольку все эти перпендикуляры равны, линия равно расположена по отношению ко всем точкам на ней, т. е., согласно определению Евклида, есть прямая (Clavius. Euclidis elementorum libri XV. Coloniae, 1591, p. 50). Но утверждение, что линия, равноудаленная от прямой, есть прямая, эквивалентно V постулату Евклида и некоторым другим аксиомам. Таким образом, пользуясь неудачным определением прямой линии у Евклида, Клавий «доказывает» V

постулат. В неевклидовой геометрии Лобачевского, в которой справедливы все аксиомы геометрии Евклида, кроме V постулата, линия, равноудаленная от прямой, не является прямой (Б. А. Розенфельд. «Неевклидовы геометрии». М., 1955, стр. 175).

[22] Смысл определения прямой линии как такой, на которой лежащие точки «находятся друг против друга», состоит в том, что все точки прямой линии могут быть зрительно совмещены с одной (т. е. спроектированы из глаза зрителя в одну точку).

[23] Плоскость определяется Евклидом следующим образом: «Плоская поверхность есть та, которая равно расположена по отношению к прямым на ней» (Евклид. «Начала», т. I, стр. 11). Это определение столь же туманно, как и определение прямой. Смысл его состоит в том, что все прямые линии на плоскости могут быть зрительно совмещены с одной прямой.

[24] Под «телесными поверхностями» (т. е. поверхностями тел) аль-Фараби понимает кривые поверхности. Кривая поверхность не мо-

жет быть зрительно совмещена с прямой линией.

[25] Плоский угол определяется Евклидом следующим образом: «Плоский же угол есть наклонение друг к другу двух линий, в плоскости встречающихся друг с другом, но не расположенных по одной прямой (Евклид. «Начала», стр. 11). В настоящее время под плоским углом понимается пара линий, выходящих из одной точки (вершины угла).

[26] Плоский угол, понимаемый как пара линий, выходящих из его вершины, делит некоторую окрестность его вершины на две области, одна из которых выпукла (т. е. всякий прямолинейный отрезок, соединяющий две точки этой области, целиком лежит в ней), а другая не выпукла, т. е., выражаясь словами аль-Фараби, представляет собой «выемку».

[27] «Телесный угол» определяется Евклидом в XI книге: «Телесный угол [в случае] более чем двух прямых, касающихся друг друга и не находящихся в одной плоскости, есть наклон между всеми прямыми. Иначе: телесный угол есть [угол], заключенный между более

чем двумя плоскими углами, не находящимися в одной плоскости и составленными вместе у одной точки» (Евклид. «Начала», т. III, М.—Л., 1950, стр. 10). Аль-Фараби рассматривает частный случай телесного угла — трехгранный угол. Если провести из одной точки (вершины телесного угла) несколько прямых и столько же плоскостей, ограниченных парами этих прямых, то эти плоскости делят некоторую окрестность вершины угла на две области, одна из которых выпукла, а другая представляет собой «выемку».

[28] «Когда же линии, содержащие угол, прямые, то угол называется «прямолинейным» (Евклид. «Начала», т. I, стр. 11).

[29] «Граница есть то, что является оконечностью чего-либо» (Евклид. «Начала», т. I, стр. 12).

[30] Аль-Фараби называет краем то, что в современной математике считается границей, а границей — частный случай «края», окружающего плоскую фигуру или тело со всех сторон. Говоря о границе плоской фигуры, аль-Фараби стоит на двумерной точке зрения, но, рассматривая края линии, он не ста-

новится на аналогичную одномерную точку зрения, при которой различие между «границей» и «краем» исчезает. Критикуя определение Евклида «граница это край вещи», аль-Фараби предлагает считать границу частным случаем края, когда она окружает фигуру со всех сторон. Так, концы отрезка, по аль-Фараби,— край, но не граница, а окружность круга или поверхность шара — границы. Эта мысль не вполне последовательна: окружность круга окружает круг на плоскости, но не окружает его в пространстве; точно так же концы отрезка не окружают его на плоскости в пространстве, но окружают его на прямой.

[31] Определение I V книги «Начал»: «Часть есть величина от величины, меньшая [от] большей, если она измеряет большую (Евклид. «Начала», т. I, стр. 142). Аль-Фараби называет «часть» в этом смысле, т. е. аликвотную часть, долей и отличает ее от «части», предполагаемой неаликвотной.

[32] Определение II V книги «Начал»: «Кратное же — большая [от] меньшей, если она измеряется

меньшей» (Евклид. «Начала», т. I, стр. 142).

[33] Определение III V книги «Начал»: «Отношение есть некоторая зависимость двух однородных величин по количеству» (Евклид. «Начала», т. I, стр. 142). В истолковании аль-Фараби это определение означает, что обе величины, находящиеся в отношении,— обязательно две линии, две поверхности или два тела, хотя у древних оно носило более общий характер.

[34] Говоря о сравнении линии с поверхностью и поверхности с телом, аль-Фараби имеет в виду сравнение проекции поверхности на прямую линию с данной линией и сравнение проекции тела на плоскость с данной поверхностью.

[35] Определение IV V книги «Начал»: «Говорят, что величины имеют отношение между собой, если они, взятые кратно, могут превзойти друг друга» (Евклид. «Начала», т. I, стр. 142). Это определение было принято Архимедом за аксиому V в его книге «О шаре и цилиндре» (Архимед. Сочинения, пер. И. Н. Веселовского. М., 1962, стр. 97) и известно как «аксиома Архимеда». Аналогичное

утверждение имеется и у Аристотеля (Аристотель. «Физика», стр. 64).

[36] Аль-Фараби считает, что все однородные величины удовлетворяют «аксиоме Архимеда». Он прав, поскольку оговаривается, что под однородными величинами понимает только обычные линии, поверхности и тела. Примером «неархимедовых величин» является «угол касания», т. е. угол между касающимися линиями: сколько раз мы ни брали бы такой угол, мы всегда получим угол, меньший любого угла, стороны которого касаются сторон прямолинейного угла с той же вершиной. «Неархимедова геометрия», геометрические величины которой не удовлетворяют аксиоме Архимеда, была предложена Гильбертом (Д. Гильберт. «Основания геометрии». М.—Л., 1948, стр. 106—110).

[37] Здесь аль-Фараби исходит из другого смысла арабского слова Зийада, которое означает не только «превосходство, излишек», но и «прибавление». Неправильное понимание арабского глагола зада в IV определении V книги «Начал» Евклида — «прибавлять» вместо

«превосходить» — было довольно распространено в средневековой литературе. Разумеется, в оригинале этих комментариев имелось в виду не «прибавить другую», а «превзойти другую».

[38] Рациональное отношение (мунтик, дословно — «говорящее») — выражаемое отношением целых чисел, иррациональное (ассам, дословно «глухое», surdus у латинских переводчиков) — не выражаемое отношением целых чисел.

Аль-Фараби и в других трактатах проявляет большой интерес к теории отношений греков, изложенной в обсуждаемой книге Евклида. У него явно обнаруживается тенденция арифметизации этой теории. Например, в «Большой книге музыки» он не делает особого различия между числовыми отношениями и отношениями геометрических величин. Аль-Фараби по существу рассматривает отношение целых чисел как частный случай отношения величин, и поэтому при преобразовании музыкальных интервалов, выражаемых числовыми отношениями, он постоянно ссылается на V книгу «Начал».

[39] Здесь аль-Фараби говорит о двух мнениях в понимании IV определения V книги «Начал», основанных на двух упомянутых нами значениях арабского глагола зада, из которых первое предполагает две величины, одна из них, будучи взята кратной, превосходит другую.

Трактат о том, что правильно и что неправильно в приговорах звезд[1]



104 || Сказал Абу Исхак Ибрахим ибн Абдаллах аль-Багдади:[2] «Я очень хотел познать приговоры звезд, искренне желал овладеть этой наукой, усиленно стремился изучить эти приговоры, постоянно занимался изучением посвященных им книг. Увлеченный этим, жертвуя своим временем, будучи уверенным в истинности этой науки, я не сомневался, что ошибки, обнаруживающиеся в ней, являются результатом ограниченности знаний ученых относительно того, что необходимо для этой науки, а также недостаточного внимания со стороны вычислителей, астрономов и наблюдателей, пользующихся приборами.

Я не сомневался в том, что, когда исчезнут эти трудности и отпадут эти преграды, будет достигнуто совершенство во всем вышесказанном, и тогда они станут пра-

вильными; вместе с ростом знаний будет извлекаться польза и в отношении [приговоров звезд], и тогда эта наука охватит будущее, раскроются тайны, неизвестное станет известным.

И какое-то время я был убежден в этом. Вместе с тем в это время я укреплял свою веру путем вычислений, проверяя ее путем наблюдения с помощью различных приборов, путем сбора скрытых и очевидных фактов, но я не приблизился к постижению искомого, а только отдалился от него, так что пришел в отчаяние, почувствовал отвращение и стал сомневаться в них.

Тогда я обратился к книгам древних [ученых], ища в них спасение из того положения, в котором я находился. Но я обнаружил, что в книгах мудрецов и обладателей истины ничего об этом не говорится, их высказывания не ясны, в них нет даже намека в отношении их применения. Тогда та уверенность, которая была у меня до этого, оказалась сомнением, убеждение — предположением, убежденность — подозрением, а искренность — колебанием.

Многие дни прошли, затянулся срок, а я все находился в том положении, как упоминал, пока мне не случилось встретить Абу Насра Мухаммада ибн Мухаммада аль-Фараби ат-Тархани [3]. Я пожаловался ему на это состояние и поведал ему об искреннем желании узнать, насколько истинна эта наука и что в ней правильного, а что неправильного, и просил его открыть мне разумное из этой науки и объяснить, что известно из учения древних мудрецов. Я просил его ответить мне на то,
105 || поисками чего я занимался, и он стал меня наставлять основам основ и закону законов, посредством которых он достигает сущности и истины [той науки].

Он спорил со мной, и я возражал ему, и он вновь обращался ко мне, а я оспаривал сказанное им в отношении этого.

Однажды он показал мне рукопись с главами и пометками, по-видимому, написанную в дни, в которые он специально занимался этим. Он сочинил это и оформил как обычно в виде книги или трактата. Я переписал полностью ее и, глубоко изучив ее, нашел в ней же-

лаемое и уяснил суть искомого, которое я тщетно разыскивал.

Уменьшилась тревога в моем сердце, от которой я не мог прежде избавиться, и стал мне ясен путь к возможному и невозможному из приговоров звезд. Это — копия той рукописи. Я переписал ее для тебя, чтобы ты поразмыслил над этим.

Сказал Абу Наср:

1. Науки и искусства характеризуются одним из трех достоинств: или достоинством предмета, или глубиной доказательств, или важностью пользы, будь то ожидаемая или очевидная.

К наукам, предпочитаемым другим из-за их большой пользы, относятся такие, как правоведение и ремесла, в которых испытывали необходимость все народы всех времен.

Науками, которые предпочитаются другим вследствие глубины доказательств, являются науки, подобные геометрии. Наукой, предпочитаемой другим благодаря достоинству ее предмета, является, например, наука о звездах. Эти три достоинства вместе или два из трех

объединены в одной науке — божественной науке [4].

2. Человек склонен думать об одной науке, что она полнее, лучше, правильнее, яснее, чем она есть [на самом деле].

А это происходит либо вследствие недостаточности его [развития], или его природного отвращения [к другой науке], из-за которых он не в состоянии познать истину [этой науки]. Или это происходит по той причине, что он не достиг такого уровня, чтобы критически оценивать свои представления, или же вследствие высокого положения исследователей тех, кто прибрал к своим рукам эту науку, или же вообще ввиду многочисленности занимающихся ею. Или же это объясняется склонностью человека в корыстных целях использовать для себя науку и величие ее пользы, и распространение ее полезности для этой цели, если бы она оказалась правильной и подтвердилась, или же большинством указанных причин. Подобное отношение приводит человека к принятию [в науке] того, что не является всеобщим, за всеобщее и того, что не является выводом из умозаключе-

ний, за логический вывод, а того,
106 что || не является доказательством, за доказательство [5].

3. Если имеются две похожие друг на друга вещи и далее обнаруживается, что третья вещь является причиной одной из них, то поспешно предполагать, что она является причиной и второй вещи. Это предположение не является правильным в отношении каждой из подобных вещей, так как сходство явлений может быть случайным совпадением, а может быть и совпадением по существу.

Умозаключение, которое проводится в воображении и таким образом делает необходимым то, что сказано, составлено из двух умозаключений. Пример этого: человек — ходящий, но человек — животное; значит, ходящее существо — животное. Лошадь похожа на человека тем, что она также ходящее животное. Следовательно, она также животное. Это не годится во всех случаях. Так, дикообраз — белый, и он животное; а белила — тоже белые, но это не животное [6].

4. Явления и их состояния в мире — двух родов. Одни явления — те, по причине которых возникают и имеют место такие факты, как, например, тепло от огня и от Солнца у тел, находящихся рядом с ними и напротив их. Так обстоит дело и с другими подобными явлениями.

К другому роду относятся случайные явления [7], причины которых неизвестны, как, например, смерть человека или его рождение при восходе Солнца или при его закате.

Каждое явление, у которого есть известная причина, предназначено, чтобы его узнали, овладели им и познали. У случайных же явлений нет путей к тому, чтобы оно было известно, определено и изучено со всех сторон окончательно. И небесные светила являются мотивами и причинами тех [первых] явлений, но не этих [последних] [8].

5. Если бы в мире не было случайных явлений, причины которых не известны, то исчезли бы страх и надежда, а если бы они исчезли, то не было бы совершенно порядка ни в делах человеческих, ни в делах законности, ни в политике, потому что если бы не страх и надежда, то никто не приобретал бы

ничего на завтрашний день, подчиненный не повиновался бы своему повелителю, а повелитель не заботился бы о своих подчиненных; и никто не делал бы добро другому, и не слушались бы Аллаха, и не совершали бы благодеяния, потому что тот, кто знает о том, что неизбежно будет завтра,
107 и будет усиленно добиваться || того, чем он не воспользуется, глупый болтун [9].

6. Все то, что может быть познано или добыто каким-либо образом, подобно постижимым наукам, даже если в этом им мешали какие-либо помехи или этому тормозило течение времени.

Что касается того, для познания которого отсутствуют предпосылки, то оно может быть познано только после обнаружения этих предпосылок [10].

7. У возможных явлений, [шансы] бытия и небытия которых равны и ни одно из которых не является более предпочтительным перед другим, совершенно отсутствует мера сравнения, так как при сравнении возможен только один результат: или утвердительный, или отрицательный.

Любое сравнение, которое дает в результате что-либо и противоположное этому, бесполезно для науки, потому что наука нуждается в таком сравнении, после которого получаются достоверные сведения о наличии чего-либо или о его отсутствии без того, чтобы после сравнения разум одновременно склонялся к двум противоположным сторонам. Поскольку человеческий разум с самого начала находится между существованием чего-либо и несуществованием его, еще не постигнув одного из них, то любая мысль или высказывание, утверждающие одну сторону, не отрицая другую, является пустой болтовней [11].

8. Опыт полезен в отношении явлений, возможных в большинстве случаев. Что касается редких возможных и равновозможных явлений, то в опыте по поводу них нет пользы. Это же относится и к предварительным мерам, рассуждению и к подготовке, которые полезны при явлениях, возможных в большинстве случаев, а не при других. Что же касается необходимости и невозможности, то очевидно, что для них не используются рас-

суждения, меры подготовки и опыт. И кто прибегает к этому, тот неразумен. А что касается благоразумной решимости, то ей пользуются в редких и равновозможных явлениях.[12]

9. О действиях и природных явлениях думают, что они неизбежны (необходимы), как сгорание в огне, увлажненность в воде и охлаждение на морозе. Однако дело не обстоит так, они возможны в большинстве случаев лишь по той причине, что действие имеет место при совпадении двух моментов, один из которых — готовность действующего элемента к оказанию влияния, а второй — готовность элемента, подвергающегося воздействию, к принятию этого влияния.

Пока нет совпадения этих двух
108 моментов, || совершенно не возникает ни действия, ни влияния. Так, например, в отношении огня, когда он не находит предмета, который может сгореть, хотя огонь является сжигающим. Так же дело обстоит с остальными подобными явлениями. Там, где готовность в действующем и принимающем воздействии элементах вместе являются, возможно, более полной, то и действие также более цельное; и если бы не сопротивление подвергающегося воздействию предмета, то природные воздействия и влияния были бы необходимыми [13].

10. Вследствие того, что возможные явления не известны, каждое неизвестное называлось возможным. На самом деле это не так, поскольку обратное утверждение является неодинаково правомерным в частности и в общем.

Возможное — неизвестное, но каждое неизвестное не есть возможное. По причине уже указанного мнения, приводящего к заблуждению, что неизвестное — возможно, о возможном говорят, как о таковых двоякого рода: одни из них возможны по существу, другие — те, которые можно отнести к возможным по отношению к тому, кто их не знает.

Такое понимание стало причиной грубой ошибки и вредного смешения, так что многие люди не различают возможного и неизвестного и не знают природы возможного [14].

11. Многие люди, у которых нет интуиции, когда обнаруживали не-

известные явления, исследовали их, стремились познать и расходились относительно их причин, пока не познавали их и пока они не становились им известны. Они правильно допускали, что эти явления возможны по своей природе, и считали, что не знают этого только из-за незнания их причин и что познание их будет достигнуто путем исследования и изучения.

Но они не предполагали, что это явление по своей природе недоступно (невозможно), чтобы найти для него предпосылки каким-либо способом, хотя оно возможно по своей природе. А про существование того, что возможно по своей природе, но непостижимо, нельзя судить утвердительно или отрицательно [15].

12. Общие имена, по-видимому, становятся причиной больших заблуждений. Так, некоторым вещам приписывают то, что не имеет места в них вследствие объединения их вместе одним именем. И это положение подтверждают и такие правила, как астрономические. Мы говорим, что астрономические правила являются общими, поскольку они объединяют и то, что необходимо, как арифметика и учение о величинах, и объединяют явления, возможные в большинстве
109 случаев, выражающие ‖ внутреннее взаимовлияния состояний, а также то, что относится к правилам, по нашему предположению, по установлению, по нашему одобрению и рассмотрению. Однако эти понятия сами по себе различны по природе и только объединены названием.

И если кто знает некоторые небесные тела и их расстояния, то он судит в соответствии с астрономическими правилами, и это входит в совокупность необходимых закономерностей, поскольку оно всегда таково.

Тот, кто знает, что одно из светил, как Солнце, например, находясь напротив какого-нибудь места, нагревает его, если там нет препятствия со стороны принимающего нагревание, то он также имеет дело с астрономическим правилом, и это входит в совокупность явлений, возможных в большинстве случаев.

А кто думает, что при соединении какого-нибудь светила с другим светилом [16] богатеют какие-то

люди или благодаря этому случается какое-то событие, и говорит об этом, что он также судит по астрономическому правилу, но это относится к числу дел сомнительных, предполагаемых, и природа каждого из этих правил противоречит природе понятий остальных, и их общность только в названии.

Таким же образом неясно и запутанно дело в отношении их для большинства людей, поскольку они не владеют в совершенстве законами, не являются предсказателями и не владеют науками; я имею в виду необходимые доказательные науки [17].

13. Свидетельство тому то, что небесные тела влияют на земные, постольку поскольку последние принимают это воздействие, как это видно на примере тепла, света Солнца и затмений Луны и Венеры. А то, что обнаруживается у них именно при посредстве этого воздействия, есть отраженный свет, не иначе [18].

14. В древности люди расходились во мнениях относительно того, светят ли небесные тела сами по себе или нет.

Одни говорили: в мире нет не-

бесного тела, светящегося само по себе, кроме Солнца, а все другие светила получают свет от него. И они подтверждали истинность своих слов на примерах Луны или Венеры, которые затмевают Солнце, когда проходят между ним и глазом человека.

Другие же говорили, что все неподвижные звезды светятся сами по себе, а планеты освещаются от Солнца. Каким бы образом ни происходило это влияние, посред-
110 ством ли собственного || или приобретенного света, оно не отрицается и не отвергается [19].

15. Известно, что когда звезды соединяют свой свет со светом Солнца на одном из земных тел, то они воздействуют на него иначе, чем каждая из них в отдельности. Это воздействие больше или меньше, сильнее или слабее, возрастает или убывает в зависимости от условий, в которых тело находится в различные периоды подверженности воздействию и приему этого влияния.

Различные тела обладают различной восприимчивостью. В этом их особенность, которая имеет место у них, даже если она не мо-

жет быть определена по своим размерам и формам во всей полноте и глубине [20].

16. Мотивы и причины могут быть близкими или далекими. Близкие причины точно известны для многих явлений, как, например, нагревание воздуха от распространения света Солнца.

Что касается далеких причин, то, по-видимому, они могут быть постижимыми, точно известными, а могут быть и неизвестными. Причины постижимые точно таковы, например, когда Луна находится в состоянии полнолуния и проходит над морем, вызывая его приливы и отливы, и тем орошается земля, и выращиваются пастбища, и пасутся на нем животные, которые жиреют, а человек извлекает пользу от этого и обогащается и тому подобное [21].

17. Не отрицается, что в мире имеют место вещи, причины которых очень далеки и не могут быть установлены из-за дальности. Поэтому такие явления принимают за случайные и относят их к области возможных, неизвестных явлений.

Например, Солнце находится над какими-то влажными местами, а вследствие этого происходит большое испарение, образуются облака, из которых выпадают дожди, загрязняется воздух. В результате этого тела загнивают и гибнут. Люди скорбят о них и спрашивают о причине гибели.

Однако тот, кто утверждает, что он, якобы, находит путь к знанию о времени, образе, месте смерти, как, например, путем хорошего, или дурного предположения, или произведения исчисления, или связью между телами или явлениями, не следуя путем, который я упомянул, то он претендует на то, что совершенно не подчиняется здравому смыслу [22].

18. Явления мира и состояния человека в нем многочисленны и различны: среди них — добрые и злые, любимые и ненавистные,
111 красивые и дурные, || полезные и вредные. Любой, кто противопоставил бы множеству своих действий различные явления мира, например, движения животных, или голоса птиц, или членораздельную речь, или изготовленные драгоценные камни, или пущенные стрелы,

упомянутые названия или движения, как-то: движения каких-то звезд и другие подобные явления, возможно, обнаружил бы, что между теми упомянутыми состояниями и явлениями, как бы они ни были многочисленны, существует связь, посредством чего они могут сравниваться. И, возможно, среди них встречается совпадение имен, которое поразит размышляющего над ними, однако это не происходит ни от необходимости, ни от обязательности, на которые должен бы опираться разумный человек. Это именно случайность, к которой склоняется только тот, в чьем разуме есть слабость: или же присущая ему, или обусловленная. Присущая — это та, которая бывает у молодого человека, лишенного опыта, то ли вследствие глупости его натуры, то ли вследствие отсутствия опыта. Обусловленная слабость ума наблюдается у человека, когда его одолевают душевные переживания, например: сильная страсть, гнев, печаль, страх, веселье и т. п.[23]

19. Те, которые делают добрые и дурные предсказания с помощью движений небесных светил и соот-

ветствия между ними и на основе того, что они приравняли их к пению птиц, движениям животных и линиям на лопатке и на ладони, дрожаниям членов [тела], поступают так, исходя из двух мнений: одно из них заключается в том, что те небесные тела оказывают влияние на состояние земных тел и поэтому думают, что они так же влияют своими отношениями, связями и исчезновением, близостью и отдаленностью. Другое же мнение состоит в том, что те же тела устойчивые, благородные, далекие от порчи — неизменные [24].

20. О если бы я мог знать,— в такой мере, как я обнаружил это в отношении мелодий, отличающихся друг от друга, созвучных друг другу, более гармоничных или менее гармоничных,— и то, что расположение светил в градусах (Зодиака) [25] соответственно мелодиям также может указывать на благоприятность или неблагоприятность. Но ведь общеизвестно, что эти градусы и знаки Зодиака условны, а не даны природой, где совершенно
112 нет ‖ изменения и естественного различия [26].

21. Разве ты не знаешь, что

прямизна и кривизна, полнота и неполнота, о которых говорят в отношении восхождений знаков Зодиака,— все это относится к самим местам и происходит из-за них, потому что именно они обладают кривизной, прямизной, неполнотой и полнотой и другими подобными [свойствами]. А поскольку дело обстоит так, то что же будет обязывать их быть приметой воздействия на земные тела — животные и растения в согласии с тем, что говорилось о них.

И если это положение правильно по своему существу, то это предполагает что-то другое, не входящее в область влияния, а относящееся к разделу качества (т. е. каким образом это происходит?) [27]

22. Одним из самых удивительных явлений является то, что Луна прямо на глазах человека в каком-либо месте скрывает своим телом от него свет Солнца; это явление называется затмением, и тогда, якобы, умирает один из царей на земле. Если бы это положение было правильным и безусловным, то было бы обязательным, чтобы скрытие любого человека или какого-либо тела облаком от света

Солнца влекло за собой смерть одного из царей или чтобы случалось на земле какое-либо великое событие. От этого взгляда смогли избавиться безумцы, а как же с умными? [28]

23. После того, как ученые и знатоки истин сошлись на том, что небесные светила в своей сущности не поддаются влияниям и преобразованиям и что в их природе нет противоречия, то что же тогда толкает предсказателей по звездам приписывать некоторым из них дурное предзнаменование, а другим счастливое и подобное этому, исходя из их цвета, медленного или быстрого движения. Все это не является правильным при сопоставлении, поскольку вовсе не обязательно, чтобы вещь, похожая на другую, в каком-либо одном отношении была подобна ей в целом и чтобы из каждой из них вытекало то, что вытекает из другой [29].

24. Если бы было обязательным, чтобы все светила, цвет которых схож с цветом крови, как, например, Марс, был приметой убийства или пролития крови, то было
113 бы необходимым, чтобы все ‖ земные тела, цвет которых красный,

также указывали бы на это! Потому что они ближе друг к другу, более благоприятствуют этому.

И если бы было обязательным, чтобы все звезды, движение которых, или быстрое, или медленное, были приметой медленности и быстроты в земных делах, то каждое медленное или быстрое [движение] земных тел [также] с необходимостью указывало бы на это, потому что они ближе тех, более схожи с земными телами и сильнее связаны с ними. Так обстоит дело и во всем остальном [30].

25. До чего же слеп тот, кто, рассматривая знаки Зодиака и находя в них [например] созвездие Овна, приходит к мысли о том, что оно имеет приметы головы животного и, в частности, человека. Затем, когда за ним следует созвездие Тельца, он утверждает, что оно является приметой шеи и лопаток, и так до тех пор, пока не доходит до созвездия Рыб, и тогда он утверждает, что оно является приметой ступней.

На самом деле он смотрит своим поверхностным взглядом и слабым умом на созвездие Рыб, которое примыкает к Овну, и на ступни,

которые не соединяются с головой, и не знает, что его суждение при этом не убедительное, поскольку тела животных расположены по прямой линии, а созвездия Зодиака — по окружности, но между прямым и круглым нет соответствия. Это одно из величайших зол, заключающееся в том, что, когда необходимо исправлять отрицаемое, нельзя узнать, что слабее: отвергающее или отвергаемое.

Однако зло платит злом, и если бы не эти праздные словопрения и упорство, которые отнимают время, то можно было бы прийти к определенному выводу в отношении их [в целом] [31].

26. Кто утверждает, что Сатурн движется медленнее всех планет, а Луна быстрее всех их, то почему же он не утверждает наоборот, что Сатурн движется быстрее всех, ибо его расстояние — самое большое из расстояний других планет, а Луна движется медленнее всех, ибо ее расстояние — самое меньшее из этих расстояний [32].

27. Допустим, что Луна и другие светила являются приметами на явления и состояния в соответствии с описанием предсказателей

по звездам. Тогда почему они говорят, что таинственные тела должны совпадать с исчезновения света Луны? Разве они не знают, что свет Луны не подвергся изменению и не случилось ни увеличения, ни
114 уменьшения его. Все это || только кажется нам, а не иначе.

Точно так же при полнолунии и новолунии. Как бы то ни было, существо дела не меняется.

То, что неизбежно представляется взору, не есть указание в отношении явлений в том виде, как они сотворены [33].

28. Если, согласно мнению ученых, светила и Солнце по своей природе не являются ни горячими, ни холодными, ни влажными, ни сухими, то в чем же тогда заключается смысл сгорания, которое приписывают светилам, при их соединении к Солнцу? [34]

И если считают, что Солнце является приметой дел царей и правителей, то почему же тогда не приходят к выводу о том, что при приближении к Солнцу светил, являющихся приметой дел какой-либо группы людей, как, например, Меркурия, с которым связывали судьбы писателей и состави-

телей гороскопов, эти люди влияют на правителей, приближаются к ним и пользуются их благосклонностью. Однако они сделали это плохим предзнаменованием [35].

29. Тот, кто верит, что приметы этих светил и их проявления найдены благодаря опыту, пусть попытается раскрыть остальные существующие связи, чтобы определить их в отношении рождений, разных судьб и превратностей. И если он найдет, что некоторые из них подходят, а некоторые не подходят по отношению к существующему положению вещей, то пусть знает тогда, что это лишь предположение, догадка, соглашение и домысел [36].

30. Мы не видели никого из тех, кто, хотя и славится своими предсказаниями по звездам, верой и убежденностью в них, руководствовался бы в своих делах законами, по которым он судит, даже если бы он видел воочию свой собственный гороскоп и спрашивал бы у него все приметы, по которым он мог бы получить сведения, на которые можно было бы положиться в вопросах разорения, поражения в

войне, ограбления в пути и тому подобного.

А раз дело обстоит таким образом, то они занимаются этим искусством по одной из трех причин: или из-за склонности и страсти к размышлению, или из-за какого-либо разлада и страстного желания добыть этим средства к существованию, или по причине чрезмерной устремленности и действий, о которых сказано, что подобных вещей следует остерегаться[37]».

Примечания к «Трактату о том что правильно и что неправильно в приговорах звезд»

[1] «Трактат о том, что правильно и что неправильно в приговорах звезд» (Рисала фи ма йасиху ва ма ла йасиху мин ахкам ан-нуджум). Рукописи хранятся в Ташкенте (Институт востоковедения, 2383/32, 57), в Рампуре (Раза 1400, II 840), в Хайдараваде (Асаф III 756/731/1).

Переведен с издания Дитерича арабских текстов философских трактатов аль-Фараби (F. Diterici. Alfarabis philosophische Abhandlungen, Leiden, 1890, s. 104—114).

Имеются также и другие издания этого трактата: в книге Маджму' фалсафа ли-Абу-Наср аль-Фараби, изд. Абу р-Рахим Макави. Каир, 1907 и 1925; Рисала фи-л-фадила ал-улум ва-л-сина'ат (Трактат о достоинствах наук и искусств), Хайдарабад, 1931; Расаил аль-Фараби. Бомбей, 1937. Имеются немецкий и турецкий переводы (F. Dieterici, Alfarabis philosophische Abhandlungen, Leiden, 1892; Burslan, Ulken. Farabi Istanbul, 1941).

Содержание трактата изучено А. Кубесовым (А. Көбесов. Фарабидың астрологиялық трактаты, «Білім және еңбек», 1968, № 1).

Трактат написан в весьма лаконичной, сжатой форме в виде отдельных, порою мало связанных текстов и извлечений, что сильно затрудняет понимание некоторых мест трактата. Встречаются и разночтения. Указанный трактат, как видно по названию, посвящен юдициарной астрологии, по которой земные дела и события управляются различными сочетаниями, связями, физическими состояниями небесных светил.

Трактат носит полемический характер, аль-Фараби как бы спорит со своими оппонентами, сторонниками астрологии. В переводе дана пагинация с указанного издания Дитерича.

[2] Судя по тексту, об абу Исхаке аль-Багдади, по-видимому, одном из почитателей аль-Фараби, занимавшимся вопросами астрономии, сведений не сохранилось.

[3] Обычно имя аль-Фараби приводилось в форме «Мухаммад ибн Мухаммад ибн Узлаг ибн Тархан». Слово «тархан» означало титул тюркских вельмож, пользовавшихся особым привилегированным положением в обществе, отсюда и русское выражение «тарханная грамота».

Имя «Тархани» в данном случае означает потомок Тархана или из рода Тархана. Кстати заметить, что один из больших древних родов казахского народа и сейчас носит название «Тархан».

[4] Здесь аль-Фараби классифицирует науки и искусства по их достоинствам. Эта проблема более подробно рассматривалась им в трактатах «Перечисление наук»

(см. стр. 15—51 этого сборника) и «Происхождение наук» (С. Н. Григорьян. «Из истории философии Средней Азии и Ирана». М., 1960, стр. 148—156).

[5] Здесь аль-Фараби анализирует различные общие причины существования разных лженаук; по аль-Фараби, это в основном субъективные причины, связанные с личными недостатками людей, как, например, недостаточный уровень научного развития, природные отвращения к наукам, высокое положение ученых, занимающихся этой лженаукой, сознательное замалчивание некоторых ученых из-за корыстных целей. В связи с этим следует отметить, что нечто аналогичное имеется у Роджера Бэкона (1214—1294), который также дал перечень так называемых помех для познания истинной науки. В качестве таких помех Бэкон называет: преклонение перед ложным авторитетом, привычка к старому, предрассудки невежественного человека, гордыня мудрости (Стяжкин Н. И. «Формирование математической логики». М., 1967, стр. 140).

[6] Здесь аль-Фараби предостере-

гает от допущения логических ошибок, а именно: он требует осторожно обращаться к аналогии при ее применении к неоднотипным явлениям, тщательно изучать, что сходно и что не сходно в сопоставляемых явлениях.

[7] Случайные явления — амур ал-иттифакиййа, дословно — «явления, характеризующиеся совпадением», от слова иттифак — «совпадение». По аль-Фараби, характерным признаком случайных явлений служит отсутствие способа установления их причин.

[8] Этот тезис является основным для аль-Фараби в критике доктрин астрологов о возможности предсказаний земных событий по приговорам звезд. Наряду с этим он не отрицает объективной связи, существующей между некоторыми небесными и земными явлениями, но требует тщательного изучения этой связи.

Отметим, что и Аристотель доказывал отсутствие научного познания о случайном, потому что, по его мнению, случайное не есть ни то, что необходимо бывает, ни то, что бывает в большинстве случаев, но оно есть нечто такое, что

происходит помимо того и другого (Аристотель. «Аналитики», кн. первая и вторая. М., 1952, стр. 241).

[9] Здесь аль-Фараби по-своему обосновывает существование случайных явлений. Следует отметить, что аналогичное понимание категории случайности встречается и у Аристотеля, который писал: «Уничтожение случая влечет за собой нелепые последствия. Есть многое, что совершается не по необходимости, а случайно. Если в явлениях нет случая, но все существует и возникает по необходимости, тогда не пришлось бы ни совещаться, ни действовать для того, чтобы, если поступить так, было одно, а если иначе, то не было этого» (Аристотель. «Об истолковании», гл. IX, пер. Э. Л. Радлова. Спб, 1891).

[10] Здесь аль-Фараби подчеркивает роль науки в познании различных явлений природы. По его мнению, существует множество явлений, которые можно постигнуть, предвидеть с помощью научного анализа, а также имеются такие категории явления, которые невозможно предузнать до его непосредственного обнаружения.

[11] Здесь аль-Фараби рассматривает равновероятные явления.

[12] Аль-Фараби приводит классификацию случайностей (возможностей): «невозможное», «редкое возможное», «равновероятное», «возможное в большинстве случаев», «необходимое (достоверное)». Острие учения аль-Фараби о случайностях направлено к изучению закономерностей природы. Он открыто провозглашает исследовать массовые случайные явления, т. е. явления, возможные в большинстве случаев. При этом аль-Фараби обращает особое внимание к различным экспериментам, логическим рассуждениям и математическим расчетам.

[13] Здесь аль-Фараби большое значение придает категории «возможное в большинстве случаев». По трактовке аль-Фараби, все остальные вероятностные категории суть ее частные случаи. Например, «невозможное» и «необходимое» (достоверное) есть ее предельные случаи, когда или совершенно отсутствуют, или создаются идеальные благоприятные условия для проявления того или иного события.

Таким образом, у аль-Фараби вероятностные категории характеризуют объективно существующую взаимосвязь, имеющуюся между событиями, которые появляются при данных условиях.

[14] Здесь аль-Фараби предостерегает против отождествления общего и частного: в данном случае «неизвестное» является общим, а «возможное» представляет частное; смещение общего с частным будет логической ошибкой. Аль-Фараби в этом видит один из источников несостоятельности предсказаний астрологов. Например, влияние небесных тел на земные события, в частности на судьбы людей, возможны, но причины разнообразия судеб людей неизвестны, поэтому из этого не следует, что небесные тела являются показателями разнообразных земных тел.

[15] Здесь аль-Фараби затрагивает вопросы познания. Он познаваемые явления разделяет на два вида: 1) актуально познаваемые явления, т. е. то, что по своей природе познаваемо и познание которого осуществляемо; 2) потенциально познаваемые явления, т. е. то, что

познаваемо по своей природе, но познание которого не осуществляемо (как пример этого в средние века часто приводили познание Аллаха).

[16] Соединение (киран) светил — расположение двух светил, при котором они имеют равные эклиптические долготы (см. прим. 33 к «Перечислению наук»).

[17] Здесь аль-Фараби одним из первых в истории науки определяет истинный предмет научной астрономии. При этом он отвергает ошибочные взгляды астрологов, которые тщетно пытались по расположениям звезд предсказать судьбу людей, земных явлений. Так как в то время и астрономию и астрологию называли одним общим именем — наукой о звездах, аль-Фараби предостерегает от их смешения и раскрывает сущности каждой из них.

По аль-Фараби, научная астрономия должна заниматься, как арифметика и геометрия, изучением точных (необходимых) закономерностей, какими являются знания небесных тел, их размеры, расстояния до этих тел. Предметом астрономии могут быть также те

вопросы, которые относятся к категории явлений, возможных в большинстве случаев, например, исследование теплового влияния Солнца на предметы, находящиеся на поверхности Земли.

Аль-Фараби здесь определяет предмет ремесла предсказателей по звездам (астрологов) и показывает, что они занимаются весьма ненадежными, сомнительными вещами, хотя считают себя также знатоками астрономии. Аль-Фараби в своем трактате «Перечисление наук» дает следующее определение предмета астрономии и астрологии: «Под названием «наука о звездах» понимаются две науки: первая — наука о приговорах звезд, это наука об указаниях светил на то, что произойдет в будущем, на многое из того, что имеется сейчас, и на многое из того, что было раньше.

Вторая — математическая астрономия. Это она относится к наукам и математике. Что же касается первой, то она относится к способностям и ремеслам, с помощью которых человек может представить себе то, что будет, каковы толкование сновидений, предсказа-

ние по полету птиц, гадание и тому подобные способности» (см. стр. 26—27 этого сборника).

[18] Здесь аль-Фараби, опираясь на данные естественных наук, еще раз указывает на имеющуюся объективную связь между небесными и земными явлениями.

[19] Здесь аль-Фараби приводит дискуссию, имевшую место среди астрономов того времени, о том, какие небесные светила излучают свет, а какие светятся отраженным светом.

[20] Здесь аль-Фараби в интуитивной форме приходит к правильной физической мысли о качественном и количественном изменении влияния света Солнца и звезд на земные тела в зависимости от того, действуют ли они по отдельности или вместе, а также в зависимости от физического состояния и степени восприимчивости этих тел.

[21] Здесь также аль-Фараби классифицирует различные объективно существующие причины явлений по их доступности, изучаемости. Он считает, что многих явлений причины известны точно, а некоторых — только приблизительно.

[22] Здесь аль-Фараби выделяет те явления, причины которых невозможно предсказать. В связи с этим он критикует ошибочные мнения астрологов, которые чисто субъективными предположениями, совершенно игнорируя научные исследования, утверждали возможность предсказаний будущего хода событий на земле.

[23] Аль-Фараби допускает возможность обнаружения и установления иногда каких-то соответствий между отдельными действиями человека (или другими явлениями) и различными субъективными предположениями. Однако он это соответствие квалифицирует как чисто случайное совпадение.

[24] Здесь аль-Фараби приравнивает предсказания по звездам гаданию по пению птиц, по линиям на бараньих лопатках и человеческих ладонях и т. д.

[25] Градусы Зодиака — $\frac{1}{360}$ части эклиптики — большого круга небесной сферы, по которому происходит видимое годичное движение Солнца. Знаки Зодиака — $\frac{1}{12}$ части эклиптики, соответствующие зодиакальным созвездиям.

[26] Здесь аль-Фараби критикует Птоломея, который в своем «Учении о гармонии» вслед за пифагорейцами утверждал наличие взаимосвязи между музыкальной и небесной гармонией.

[27] Здесь аль-Фараби, исходя из условности знаков Зодиака, ставит под сомнение правильность предсказаний астрологов, судивших о судьбах земных тел по расположениям планет в знаках Зодиака.

[28] Здесь аль-Фараби показывает логическую несостоятельность и ошибочность мнений астрологов на примере затмения Солнца.

[29] Здесь аль-Фараби, основываясь на общеизвестных положениях естествознания и логики, показывает, что физические состояния небесных тел (скорость, цвет и др.) не могут указать на ход событий на Земле.

[30] Здесь правильность предыдущего тезиса аль-Фараби обосновывается на конкретном примере планеты Марс (Маррих), которая из-за своего кроваво-красного цвета еще в древности была символом войны и смерти.

[31] Аль-Фараби считает, что нет научных оснований для связи между частями человеческого тела и созвездиями Зодиака, применявшейся в древности и средние века, в силу которой каждое из 12 созвездий Зодиака обладает мистическим влиянием на ту или иную часть человеческого тела, в частности, Овна (ал-хамал-«баран») — первое созвездие, которое Солнце проходит после весеннего равноденствия, действует на голову, созвездие Тельца (ас-саур-«бык»), следующее за Овной,— на шею и т. д. до 12-го созвездия Рыб (ал-хут — «большая рыба»), влияющего на ступни.

[32] Согласно геоцентрической системе Птоломея, Луна движется по сфере, ближайшей к Земле, а Сатурн (Зухал) — по самой дальней сфере.

Здесь аль-Фараби намекает на то, что не всегда легко дать оценку правильности прямого и обратного утверждений, высказанных относительно небесных явлений.

[33] Здесь дается критика мнений астрологов, по которым земные таинственные дела связывали с исчезновением света Луны. Аль-Фараби справедливо замечает, что свет Луны не увеличился и не

уменьшился, что все это кажущееся, и отсюда делает правильный вывод: «то, что неизбежно представляется взору, не есть указание в отношении явлений в том виде, как они сотворены». Вероятно, здесь аль-Фараби также имеет в виду относительность наших знаний о Вселенной.

[34] Соединение планеты с Солнцем называется ее «сгоранием» (ихтирак), так как она перестает быть видной и как бы сгорает в свете Солнца.

[35] Здесь на примере астрологических примет, связанных с Солнцем и Меркурием (Утарид), также показывается противоречивость посылок астрологов.

[36] Аль-Фараби в этом тезисе подчеркивает, что и опытная проверка правильности предсказаний астрологов в подавляющем большинстве случаев опровергает правильность их суждений.

[37] Здесь аль-Фараби иронически замечает, что он не видел никого из самых прославленных астрологов, который руководствовался бы в своих делах, в повседневной жизни своими астрологическими предсказаниями.

В этом же заключительном тезисе аль-Фараби ремесло астрологов квалифицирует как занятия, лишенные всяких научных основ, опирающиеся только лишь на субъективные, психологические недостатки отдельных людей.

В этом трактате в противоположность астрологии придается большое предпочтение истинно научному способу познания Вселенной. Аль-Фараби и в других сочинениях высоко ценит астрономию как науку и предлагает изучать астрономические явления с широким привлечением методов математики. Аль-Фараби в совершенстве владел астрономическими познаниями античности и своей эпохи и сам был автором комментариев к «Алмагесту» Птоломея.

Что касается судьбы мнений и идей, высказанных аль-Фараби в этом трактате, то несомненно одно, что они не могли оставаться незамеченными и нашли живейший отклик как у современников аль-Фараби, так и у его последователей.

Критика астрологических предсказаний в этом трактате аль-Фараби впоследствии развивалась та-

кими крупнейшими учеными Востока, как аль-Бируни (973 — ок. 1050), Ибн Сина (980—1037) и Омар Хайям (1048—1131).

Например, многие положения аль-Фараби, отрицающие возможности предсказаний по звездам, в тех или иных формах встречаются у аль-Бируни. По аль-Бируни, так же, как по аль-Фараби, научное познание закономерностей небесных светил невозможно без развития естественно-математических знаний. Он в предисловии к своему астрономическому трактату «Книга для изучения начал искусства астрологии» (Китаб ат-тафхим ал-аваил санаат ат-танджим), почти повторяя мысль аль-Фараби о полной научной необоснованности аргументаций астрологов, пишет: «Арабы объяснили все метеорологические изменения, ссылаясь на восход и заход звезд, ибо не знали естественных наук и думали, что эти изменения зависят от звездных тел и их восхода, а не от участков небесной сферы и вступления в них Солнца» (Бируни. Сборник статей. М., 1950, стр. 45—46).

Аль-Бируни объясняет доверие

отдельных людей предсказателям по звездам в духе аль-Фараби исходя из чисто психологических факторов. «Каждый человек,— пишет Бируни во время испытаний и бедствий, его постигающих,— будь он мудрейший из людей и самый проницательный — сохраняет надежду на облегчение. Он ищет его в благоприятных предсказаниях, избегает неприятных, дурных предзнаменований. Он радуется хорошим сновидениям, ищет опоры в гадании или предсказании звезд» (Бируни. «Минералогия». Л., 1963, стр. 285).

Заметим, что и знаменитый последователь аль-Фараби Ибн Сина также выступил против астрологии.

Наконец, некоторые идеи аль-Фараби об условности и относительности знаний о Вселенной вполне могли благоприятствовать в высказываниях гелиоцентрического характера аль-Бируни и других ученых Востока.

СОДЕРЖАНИЕ

От редакционной коллегии 5
О математических трудах аль-Фараби . . 7
Перечисление наук . . . .
Раздел третий о математической на- 17
уке 17
Наука чисел 19
Наука геометрии 22
Наука оптики 26
Наука о звездах 29
Наука о музыке 32
Наука о тяжестях 32
Наука об искусных приемах . . .
Примечания к математическому разделу «Перечисление наук» 36
Книга приложений (тригонометрические главы) 52
Глава I. О свойствах хорды и синуса 55
Глава II. О нахождении величины хорды дополнения дуги, если известна хорда дуги 56
Глава III. О нахождении величины хорды четверти [круга] 58
Глава IV. О нахождении величины хорды трети [круга] 59
Глава V. О нахождении величины хорд одной десятой и пятой [круга] . . 61
Глава VI. О предпосылке для того, что будет позже 62
Глава VII. О нахождении величины хорды разности двух дуг, хорды которых известны 64
Глава VIII. О нахождении величины хорды половины дуги с известной хордой 65
Глава IX. О нахождении величины хорды суммы двух дуг, хорды которых известны 66
Глава X. О предпосылке для того, что будет позже 67
Глава XI. Об установлении хорды одного градуса и составлении с помощью ее [других] хорд 70
Глава XII. О свойствах первой и второй тени 72
Глава XIII. О нахождении величины первой тени 75
Глава XIV. О нахождении величины второй тени 76
Примечания к тригонометрическим главам «Книги приложений» 77
Книга духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур 90
О разделах центра. Первая книга. Об определении центра круга 92
Вторая книга. О построении равносторонних фигур 104
Третья книга. О построении фигур, вписанных в круги 115
Четвертая книга. О построении круга, описанного около фигуры 126
Пятая книга. О построении круга, вписанного в фигуры 129
Шестая книга. О построении некоторых фигур, вписанных в некоторые другие фигуры 130
Седьмая книга. О разделении треугольников 150
Восьмая книга. О разделении четырехугольников 156
Девятая книга. О разделении квадратов и об их составлении 174
Десятая книга. О разделении сферы 206
Примечания к «Книге духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур» 217

Комментарии к трудностям во введениях к первой и пятой книгам Евклида . . 233
Из пятой книги 251
Примечания к «Комментариям к трудностям во введениях к первой и пятой книгам Евклида» 255
Трактат о том, что правильно и что неправильно в приговорах звезд 277
Примечания к «Трактату о том, что правильно и что неправильно в приговорах звезд» 304

Аль-Фараби

Математические трактаты. /Ред. колл.: Ш. Е. Есенов (отв. ред.) и др./. Алма-Ата, «Наука», 1972.

324 с. (АН КазССР. Ин-т философии и права. Ин-т математики и механики).

Аль-Фараби

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРАКТАТЫ

Утверждено к печати ученым советом Института философии и права Академии наук Казахской ССР

Редактор *Л. Н. Василкова*
Худож. редактор *И. Д. Сущих*
Техн. редактор *В. К. Горячкина*
Корректор *Д. Е. Ульянцева*

* * *

Сдано в набор 24/III 1971 г. Подписано к печати 29/VI 1971 г. Формат 70×90¹/₃₂. Бумага № 1. Усл. печ. л. 11,84. Уч.-изд. л. 12,5. Тираж 10 000. УГ 02521. Цена 1 р. 45 к.

* * *

Типография издательства «Наука», г. Алма-Ата, ул. Шевченко, 28. Зак. 61.